



МАТЕМАТИЧЕСКО ОБУЧЕНИЕ

MATHEMATICS TRAINING

ИДЕИ ЗА УСЪВЪРШЕНСТВАНЕ НА ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА ПРИ РЕШАВАНЕ НА ЧЕТИРИЪГЪЛНИК В НАЧАЛНОТО УЧИЛИЩЕ

Жоржета Ангелова¹

IDEAS FOR IMPROVING PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHING IN TERMS OF SOLVING A QUADRILATERAL

Zhorzheta Angelova

Abstract: *The paper discusses some ideas for systematizing basic problems of rectangles and squares in teaching primary school mathematics. To each basic problem, it proposes a sample problem accompanied by a methodological analysis and solution. The mathematical software GeoGebra has been used for all the drawings. The aim is to illustrate and recognize both the known and unknown elements, to find the relations between them, and to do the solution after understanding it. Particular attention is paid to the correct, well-grounded, and complete solution of each problem.*

Keywords: *GeoGebra; rectangle; square; mathematics education; primary school; mathematical problem; system of problems; problem solution.*

ВЪВЕДЕНИЕ

„Обучението по математика е сложен процес, основните компоненти на който са:

- изграждане на система от математически факти и идеи;
- овладяване на определени умения и навици;
- развитие на математическо мислене.“ (Минчева, Михова 2003а: 23)

Въпросите на обучението по математика присъстват активно в изследователското внимание, включително и във връзка с интересувания ни аспект за използване на математическия софтуер GeoGebra (Petkova 2011; Petkova, Velikova 2015; Ангелова 2021; Минчева, Ангелова 2022 и др.). Методическите идеи относно обучението по геометрия в 1.– 4. клас са обобщени от И. Минчева по следния начин: „Усвояването на геометричните понятия в началното училище се осъществява

¹ Жоржета Ангелова – асистент, преподавател в катедра „Алгебра и геометрия“, факултет „Математика и информатика“ във ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“, България, e-mail: zh.angelova@ts.uni-vt.bg

чрез разнообразни дейности като разпознаване, назоваване, чертане, систематизиране, класификация, прилагане при решаване на различни групи задачи. Важно при пропедевтичното изучаване на геометрични знания в периода 1.– 4. клас е единството им с аритметичните такива.“ (Минчева, 2021: 235)

Изучаването на геометрични знания в началните класове се основава на някои общи закономерности от аритметиката и алгебрата, разглеждат се някои частни случаи, построения и измервания. Винаги обаче педагогът трябва да се съобразява със следния психологически фактор и произтичащите от него методически изисквания: „В началното училище „децата възприемат геометричната фигура като нещо цяло и единно и различават фигурите само по тяхната форма, без да виждат общите свойства на тези фигури. ... Откриването на свойствата на геометричната фигура е целесъобразно да става в процес на експериментално нагледно-практическа дейност и в единство със съобщаване на съответните термини и формиране на умения и навици“ (Минчева 2010: 301 – 302).

Настоящата разработка се основава на следното принципно положение: „Обучението по математика в 1.– 4. клас е „задачово обучение“, т.е. математическите знания се въвеждат, усвояват, систематизират, проверят и оценяват чрез решаване на задачи. ... Основните групи задачи, които се разглеждат в училищния курс по математика, са свързани с основните равнинни геометрични фигури – триъгълник и четириъгълник“ (Минчева, 2021: 236) (виж и Пойа 1972).

Представените в статията системи задачи за решаване на правоъгълник и квадрат отразяват някои ефективни възможности на решаването на изчислителни задачи в началния училищен курс по геометрия.

МЕТОДОЛОГИЯ

„В обучението по математика логическото мислене се проявява преди всичко в умозаклученията по индукция, дедукция и аналогия, до които се достига чрез разсъждения. Тези разсъждения от своя страна дават информация, която е зад границите на непосредственото възприятие“ (Минчева, Михова 2003b: 70)

Ето защо е необходимо още в първите уроци по математика, съдържащи геометрични знания, да се формират правилни представи за първичните понятия (точка, права), отсечка, начупена линия, ъгъл и многоъгълник. За да се подчертаят различията на гореспоменатите понятия, е подходящо да се използват удебелени, тънки, непрекъснати и прекъснати линии, различни цветове за отсечките (особено за прилагане на похватите прилагане и налагане при измерване и сравняване дължините им).

Решаването на задачи е важна част от обучението по математика, свързана с усвояване на математически знания и за решаване на нематематически проблеми. Основните групи задачи, които се разглеждат в училищния курс по математика, са свързани с основните равнинни и пространствени геометрични фигури. Геометричните фигури и задачите върху тях могат нагледно да се въвеждат, разбират и усвояват чрез използване на динамичния софтуер GeoGebra. При онагледяване на геометрична фигура в софтуера се представя поэтапното построяване на всеки елемент от нея. Възможността да се избере цвят за всеки от елементите на геометрична фигура помага интуитивно да се открият различия или да се открият връзки между тях.

Алгебричният начин на решение на дадена геометрична задача за изчисление, заедно с аритметичния такъв е предмет на разглеждане в настоящата статия.

„Методът на уравненията се изучава пропедевтично в началното обучение по математика главно чрез решаване на практически задачи и посочване на етапите на разсъждение за откриване математическия модел на дадена задача. ... Добре е аритметичният и алгебричен начин на решение да се сравняват и да се откриват общите и различни моменти в тях.“ (Минчева 2013: 50)

В изследването на И. Минчева се дават идеи относно решаване на геометрични задачи чрез уравнение.

„Решаване на геометрични задачи ...

(3) Пресметнете страната на квадрат, ако обиколката му е 272 см.

→ примерно решение:

$$4 \cdot x = 272 \quad (x - \text{неизвестен множител})$$

$$x = 272 : 4$$

$$x = 68 \text{ см (Минчева 2012: 81).}$$

Друг важен методически похват, който е разгледан в статията е използване на системи задачи за усвояване на дадена група знания, понятия или задачи. Систематизирането на задачи е полезно средство при изучаване и решаване както на аритметични, така и на алгебрични и геометрични задачи.

„Използването на дидактически системи задачи за усвояване решаването на уравнения и прилагане метода на уравненията в началното обучение по математика позволява достъпен и плавно преход както между етапите на изучаване на понятието уравнение, така и между различните степени на обучение.“ (Минчева 2003: 116)

Систематизирането на задачите за решаване на геометрични задачи за изчисление дава идеи за съчетаване на аритметичния (с числов израз) и алгебричен (с уравнение) начин на решение и за откриване на логическата и съдържателна връзка между тях. Заедно с използването на GeoGebra се достига до цялостно и задълбочено осмисляне на понятието задача и до по-бързо и лесно откриване на решението на конкретна задача от дадена група.

Изследователските цели в статията са:

➤ Систематизиране на задачите от решаване на правоъгълник и квадрат в началния училищен курс по математика.

➤ Методически анализ на решенията на избрани задачи.

➤ Представяне на структурни компоненти на решението на задача, които са необходими за разбиране и усвояване на методи за решение – междинни модели, примерно решение, необходими знания-компоненти, необходими понятия-компоненти, задачи-компоненти.

В задачите за изчисление от тематична група геометрия чертежите на разгледаните фигури са помощно средство за решението им, а в задачи за построяване завършените чертежи са цел.

Ако се допуснат неточности в чертежа при решаване на геометрична задача това би могло да доведе до неверни заключения. Целесъобразно е в първите стъпки при формиране на геометрични знания да се развие умение за чертаене на точни чертежи за да се получи добра експериментална основа. За формиране на това умение важна роля има методът наблюдение и неговото моделиране. Организирането на процеса на решаване на всяка конкретна задача се определя и от съответното учебното съдържание по геометрия. В този смисъл е подходящо използването на образователен математически софтуер GeoGebra като основно дидактично средство за онагледяване на основните етапи на решение на геометричните задачи, вкл. и на тези за изчисление.

РЕЗУЛТАТИ

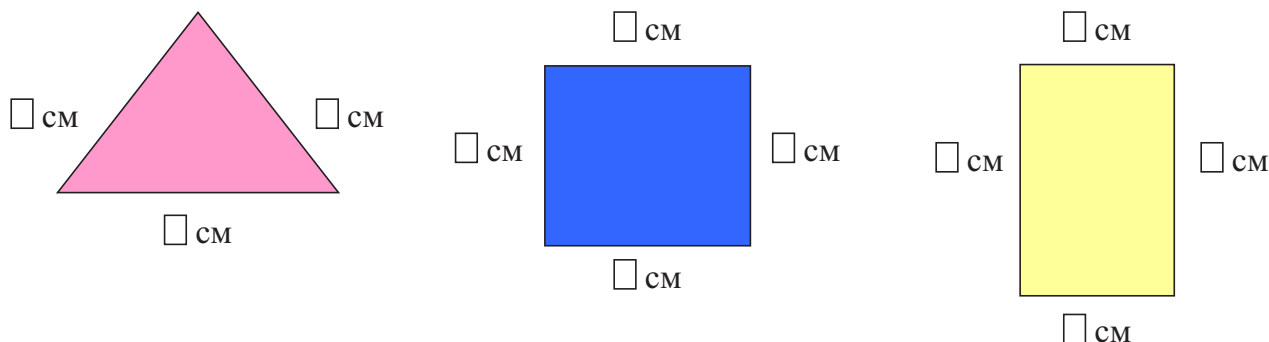
РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧИ ОТ ЧЕТИРИЪГЪЛНИК

Задачите за изчисление от правоъгълник и квадрат са основни за тематичната група „Геометрия“ в обучението по математика в 1.– 4. клас. Основните елементи на правоъгълник и квадрат, които се въвеждат на този етап от обучението по математика са върхове, страни, ъгли, обиколка, лице.

И. Минчева разглежда някои възможности за решаване на изчислителни задачи с геометрично съдържание, като се използва числов израз. ...

„... Решаване на геометрични задачи от намиране дължина на отсечка, сбор и разлика на отсечки, обиколка и лице:

Задача 38. Измерете и попълнете дължините на страните на фигурите. Намерете обиколката на всяка от тях.



Задача 39. Даден е триъгълник със страни 4 см, 3 см и 2 см. Намерете обиколката на триъгълник със страни с по 5 сантиметра по-големи от тези на дадения.

Задача 40. Намерете лицето на правоъгълник с дължина 60 дм и ширина 20 дм. “
(Минчева 2019: 61)

Основните задачи от решаване на правоъгълник и квадрат изразяват зависимостта между страни, обиколка и лице. Идеи за обобщено усвояване на задачите от правоъгълник се представят като система основни задачи – по дадени два елемента да се намерят другите два.

Таблица 1. Система основни задачи от правоъгълник

Основна задача 1.	
1.	По дадени страни (a, b) да се намерят обиколката P и лицето S на правоъгълника
Основна задача 2.	
2.1	По дадени страна a и обиколка P да се намерят страната b и лицето S
2.2	По дадени страна b и обиколка P да се намерят страната a и лицето S
Основна задача 3.	
3.1	По дадени страна a и лице S да се намерят страната b и обиколката P
3.2	По дадени страна b и лице S да се намерят страната a и обиколката P
Основна задача 4.	
4.	По дадени обиколка P и лице S да се намерят страната a страната b

Таблица 2. Система основни задачи от квадрат

Основна задача 1.	
1.	По дадена страна a да се намерят обиколката P и лицето S на квадрата
Основна задача 2.	
2.	По дадена обиколка P да се намерят страната a и лицето S на квадрата
Основна задача 3.	
3.	По дадено лице S да се намерят страната a и обиколката P на квадрата

При решаването на задачи от разгледаните по-горе четириъгълници се използва система от следните дейности:

- Представяне структурата на задачата чрез съкратен запис (дадени елементи, неизвестни елементи, чертеж)
- Чертане на четириъгълник и означаване на дадените и неизвестните елементи
- Чертане на допълнителни чертежи като помощни средства за открояване на дадените и неизвестните елементи с цел откриване пътя на решение.
- Приложение на изучени геометрични знания за разпознаване и означаване елементите на геометрични фигури, описания, определения, формули за намиране обиколка и лице на правоъгълник и квадрат.
- Придържане към логическата структура при записване на примерното решение на задачите.

Предложени са чертежи в GeoGebra за всяка основна задача, като:

1. Начертан е основен чертеж на разглеждания четириъгълник.
2. Начертани са помощни чертежи с дадените и неизвестните елементи на разглеждания четириъгълник. Избрани са различни цветове за дадените и неизвестните елементи за разбиране структурата на задача.

Задачи от правоъгълник

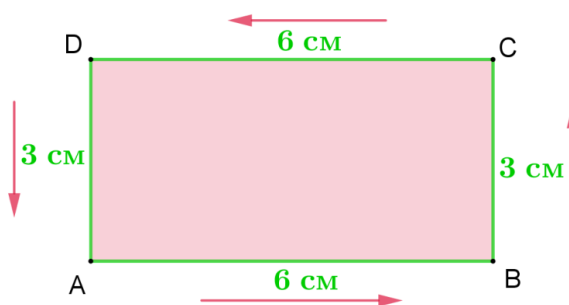
Примерна задача на основна задача 1.

Даден е правоъгълник със страни 6 см и 3 см. Намерете обиколката и лицето на правоъгълника.

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Правоъгълник	Обиколка <i>P</i>
Страна <i>a</i> = 6 см (дължина)	Лице <i>S</i>
Страна <i>b</i> = 3 см (ширина)	



Примерно решение чрез събиране

$$6 \text{ см} + 3 \text{ см} + 6 \text{ см} + 3 \text{ см} = 18 \text{ см}$$

$$P = 18 \text{ см}$$

$$S = 6.3$$

$$S = 18 \text{ кв. см}$$

Примерно решение чрез събиране и умножение

$$6 \text{ см} + 6 \text{ см} + 3 \text{ см} + 3 \text{ см} = 2.6 \text{ см} + 2.3 \text{ см} = 12 \text{ см} + 6 \text{ см} = 18 \text{ см}$$

$$P = 18 \text{ см}$$

$$S = 6.3$$

$$S = 18 \text{ кв. см}$$

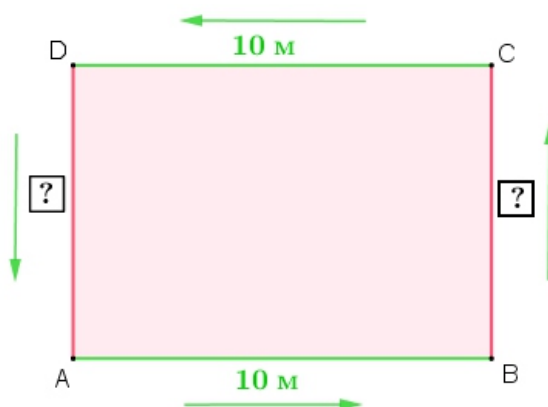
Отговор: Обиколката на правоъгълника е 18 см. Лицето на правоъгълника е 18 кв. см.

Примерна задача на основна задача 2.1

Дължината на правоъгълник е 10 м, а обиколката му е 34 м. Намерете ширината и лицето на правоъгълника.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Правоъгълник Страна a = 10 м (дължина) Обиколка P = 34 м	Страна b (ширина) Лице S

**Първо примерно решение за намиране на ширината (чрез числов израз)**

$$(34 \text{ м} - 2 \cdot 10 \text{ м}) : 2 = (34 \text{ м} - 20 \text{ м}) : 2 = 14 \text{ м} : 2 = 7 \text{ м}$$

Второ примерно решение за намиране на ширината (чрез уравнение)

$$2 \cdot 10 \text{ м} + 2 \cdot \square = 34 \text{ м}$$

$$20 \text{ м} + 2 \cdot \square = 34 \text{ м} \text{ (уравнение за намиране на неизвестно събираемо)}$$

$$2 \cdot \square = 34 \text{ м} - 20 \text{ м} \text{ (уравнение за намиране на неизвестен множител)}$$

$$2 \cdot \square = 14 \text{ м}$$

$$\square = 14 \text{ м} : 2$$

$$\square = 7 \text{ м}$$

Примерно решение за намиране на лицето

$$12 \text{ м} \cdot 4 \text{ м} = 48 \text{ кв. м} \text{ или } 12.4 = 48 \text{ кв. м}$$

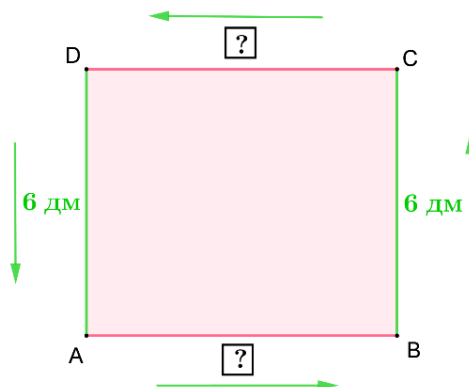
Отговор: Ширината на правоъгълника е 7 м, а лицето му е 48 кв. м.

Примерна задача на основна задача 2.2

Ширината на правоъгълник е 6 дм, а обиколката му е 26 дм. Намерете дължината и лицето на правоъгълника.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Правоъгълник Страна b = 6 дм (ширина) Обиколка P = 26 дм	Страна a (дължина) Лице S



Първо примерно решение за намиране на дължината (чрез числов израз)

$$(26 \text{ дм} - 2 \cdot 6 \text{ дм}) : 2 = (26 \text{ дм} - 12 \text{ дм}) : 2 = 14 \text{ дм} : 2 = 7 \text{ дм}$$

Второ примерно решение за намиране на дължината (чрез уравнение)

$$2 \cdot 6 \text{ дм} + 2 \cdot \square = 26 \text{ дм}$$

$$12 \text{ дм} + 2 \cdot \square = 26 \text{ дм} \text{ (уравнение за намиране на неизвестно събираемо)}$$

$$2 \cdot \square = 26 \text{ дм} - 12 \text{ дм} \text{ (уравнение за намиране на неизвестен множител)}$$

$$2 \cdot \square = 14 \text{ дм}$$

$$\square = 14 \text{ дм} : 2$$

$$\square = 7 \text{ дм}$$

Примерно решение за намиране на лицето

$$6 \text{ дм} \cdot 7 \text{ дм} = 42 \text{ кв. дм} \text{ или } 6 \cdot 7 = 42 \text{ кв. дм}$$

Отговор: Дължината на правоъгълника е 7 дм, а лицето му е 42 кв. дм.

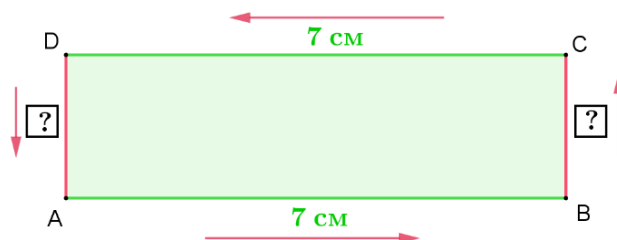
Примерна задача на основна задача 3.1

Дължината на правоъгълник е 7 см, а лицето му е 14 кв. см. Намерете ширината и обиколката на правоъгълника.

Основни дидактически компоненти

Съкратен запис

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Правоъгълник	Страна b (ширина)
Страна a = 7 см (дължина)	Обиколка P
Лице S = 14 кв. см	



Примерно решение за намиране на ширината и обиколката

$$14 \text{ кв. см} : 7 = 2 \text{ см}$$

$$2 \cdot 7 \text{ см} + 2 \cdot 2 \text{ см} = 14 \text{ см} + 4 \text{ см} = 18 \text{ см}$$

$$\text{или } 2 \cdot (7 \text{ см} + 2 \text{ см}) = 2 \cdot 9 \text{ см} = 18 \text{ см}$$

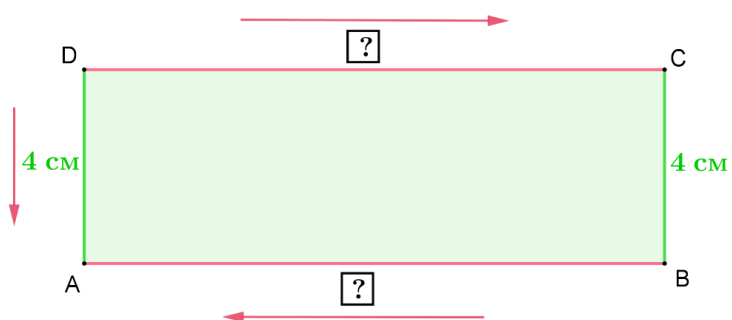
Отговор: Ширината на правоъгълника е 2 см, а обиколката му е 18 кв. см.

Примерна задача на основна задача 3.2

Ширината на правоъгълник е 4 см, а лицето му е 48 кв. см. Намерете дължината и обиколката на правоъгълника.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Правоъгълник	Страна a (дължина)
Страна b = 4 см (ширина)	Обиколка P
Лице S = 48 кв. см	

**Примерно решение за намиране на ширината и обиколката**

$$48 \text{ кв. см} : 4 = 12 \text{ см}$$

$$2 \cdot 12 \text{ см} + 2 \cdot 4 \text{ см} = 24 \text{ см} + 8 \text{ см} = 32 \text{ см}$$

$$\text{или } 2 \cdot (12 \text{ см} + 4 \text{ см}) = 2 \cdot 16 \text{ см} = 32 \text{ см}$$

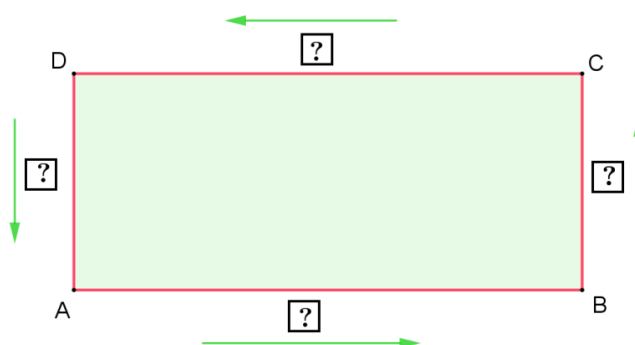
Отговор: Ширината на правоъгълника е 12 см, а обиколката му е 32 см.

Примерна задача на основна задача 4.

Обиколката на правоъгълник е 20 см, а лицето му е 21 кв. см. Намерете дължините на страните на правоъгълника.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Правоъгълник	Страна a (дължина)
Обиколка P = 20 см	Страна b (ширина)
Лицето S = 21 кв. см	



Примерно решение за намиране на дължините на страните

$$a \cdot b = 21 \text{ кв. см}$$

$$2 \cdot (a + b) = 20 \text{ см}$$

$$a + b = 10 \text{ см}$$

От равенствата се вижда, че произведението на страните на правоъгълника е 21, а сборът им е 10. Тъй като дължините на страните са естествени числа, лесно се открива, че те са 7 см и 3 см.

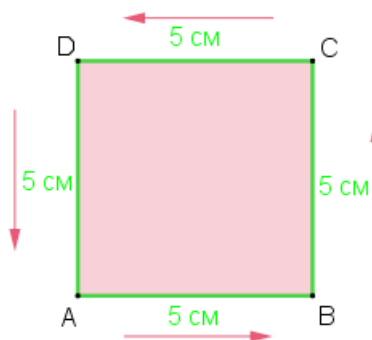
Отговор: Страните на правоъгълника са 7 см и 3 см.

Система задачи от квадрат**Примерна задача на основна задача 1.**

Даден е квадрат със страна 5 см. Намерете обиколката и лицето на квадрата.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Квадрат Страна $a = 5 \text{ см}$	Обиколка P Лице S

**Примерно решение за намиране на обиколката чрез събиране**

$$5 \text{ см} + 5 \text{ см} + 5 \text{ см} + 5 \text{ см} = (5 \text{ см} + 5 \text{ см}) + (5 \text{ см} + 5 \text{ см}) = 10 \text{ см} + 10 \text{ см} = 20 \text{ см}$$

$$\text{или } 5 \text{ см} + 5 \text{ см} + 5 \text{ см} + 5 \text{ см} = (5 \text{ см} + 5 \text{ см}) + 5 \text{ см} + 5 \text{ см} = (10 \text{ см} + 5 \text{ см}) + 5 \text{ см} = 15 \text{ см} + 5 \text{ см} = 20 \text{ см}$$

Примерно решение за намиране на обиколката чрез умножение

$$4 \cdot 5 = 20 \text{ см}$$

Примерно решение за намиране на лицето

$$5 \cdot 5 = 25 \text{ кв. см}$$

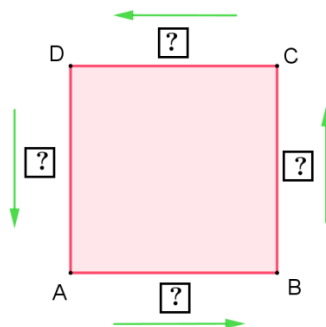
Отговор: Обиколката на квадрата е 20 см, а лицето му е 25 кв. см.

Примерна задача на основна задача 2.

Обиколката на квадрат е 16 м. Намерете дължината на страната на квадрата и лицето му.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Квадрат Обиколка $P = 16 \text{ м}$	Страна a Лице S

**Първо примерно решение за намиране страната (чрез числов израз)**

$$16 \text{ м} : 4 = 4 \text{ м}$$

$$4 \text{ м} \cdot 4 \text{ м} = 16 \text{ кв. м} \text{ или } 4 \cdot 4 = 16 \text{ кв. м}$$

Второ примерно решение за намиране страната (чрез уравнение)

$$4 \cdot \square = 16 \text{ м} \text{ (уравнение за намиране на неизвестен множител)}$$

$$\square = 16 \text{ м} : 4$$

$$\square = 4 \text{ м}$$

$$4 \text{ м} \cdot 4 \text{ м} = 16 \text{ кв. м} \text{ или } 4 \cdot 4 = 16 \text{ кв. м}$$

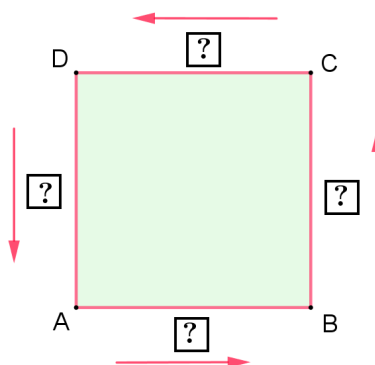
Отговор: Страната на квадрата е 4 м, а лицето му е 16 кв. м.

Примерна задача на основна задача 3.

Лицето на квадрат е 81 кв. км. Намерете дължината на страната на квадрата и обиколката му.

Основни дидактически компоненти**Съкратен запис**

Дадени елементи	Неизвестни елементи
Квадрат Лице $S = 81 \text{ кв. км}$	Страна a Обиколка P

**Примерно решение за намиране на страната**

$$a \cdot a = 81 \text{ кв. км}$$

$$9 \cdot 9 = 81$$

$$a = 9 \text{ км}$$

Примерно решение за намиране на обиколката

$$4 \cdot 9 = P$$

$$P = 36 \text{ км}$$

Отговор: Страната на квадрата е 9 км, а обиколката му е 36 км.

„Всяка задача, зададена обобщено или чрез конкретни числови стойности, може да се използва за модификации и получаване на нови задачи от същия или сроден вид на дадената задача, включително и текстови задачи с геометрично съдържание“ (Минчева, Ангелова 2022: 154). Предложените конкретни задачи от правоъгълник и квадрат са основа за създаване на нови системи задачи от този вид чрез промяна на числови данни и връзки между тях, чрез промяна на мерните единици и др.

ДИСКУСИЯ

При прилагане на GeoGebra се вземат под внимание два основни момента:

- 1) Каква е конкретната роля за образователния софтуер в процеса на обучение.
- 2) В каква част от изучаване на учебното съдържание да се приложи софтуерът като основен дидактичен инструмент.

Нагледното представяне на геометрична фигура и задачи от същата фигура в GeoGebra има обяснителна функция и задълбочава представите за изучавания обект.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В началния училищен курс по математика е запазена „геометричната цялост“, но геометричните понятия се изучават в единство и с аритметичните и алгебрични такива. Систематизирането на задачи осигурява ясна и обобщена представа за методическата последователност на определен обем от учебното съдържание.

Очакваните резултати от обучението по математика се определят от съдържанието и структурата на изискванията на поставените задачи.

Систематизирането на основните задачи и конкретизирането им в различни групи изчислителни задачи с геометрично съдържание осигурява усвояването на широк спектър от математически знания и тяхното прилагане в разнообразни математически и нематематически задачи.

За методическия анализ на задачите, на техните основни дидактически компоненти, както и за онагледяване на задачата и нейното решение основно дидактично средство е образователният софтуер GeoGebra.

ЛИТЕРАТУРА

Минчева, И., Ж. Ангелова (2022). Идеи за систематизиране на задачи за решаване на триъгълник в обучението по математика. *МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2022 MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2022 Proceedings of the Fifty First Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians*, Tryavna, 153 – 171. // **Mincheva, I., Zh. Angelova (2022).** Idei za sistematizirane na zadachi za reshavanje na triagolnik v obuchenieto po matematika. *MATEMATIKA I MATEMATICHESKO OBRAZOVANIE, 2022 MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2022 Proceedings of the Fifty First Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians*, Tryavna, 153 – 171.

Минчева, И. (2021). Решаване на триъгълник в обучението по математика в началното училище. *Педагогически алманах*, 29(2), 235 – 259. // **Mincheva, I. (2021)** Reshavane na triagolnik v obuchenieto po matematika v nachalното uchilishte. *Pedagogicheski almanah*, 29(2), 235 – 259.

Ангелова, Ж. (2021). Идеи за усъвършенстване на обучението по математика в четвърти клас чрез използване на математически софтуер GeoGebra. *Педагогически алманах*, 29(1), 101 – 111. // **Angelova, Zh. (2021).** Idei za usavarshenstvane na obuchenieto po matematika v chetvarti klas chrez izpolzvanе na matematicheski softuer GeoGebra. *Pedagogicheski almanah*, 29(1), 101 – 111.

Минчева, И. (2019). Усвояване на понятието числов израз в обучението по математика в началното училище. *Педагогически алманах*, 27(1), 54 – 63. // **Mincheva, I. (2019).** Usvoyavane na ponyatiето chislov izraz v obuchenieto po matematika v nachalното uchilishte. – *Pedagogicheski almanah*, 27(1), 54 – 63.

Минчева, И. (2013). Методът на уравненията за решаване на текстови задачи в началното обучение по математика. В: Смрикаров, А. & др. (ред.). *Научни трудове на Русенския университет* – 2013, том 52, серия 6.2 Педагогика и психология. История, етнология и фолклор. Русе: Издателски център при Русенски университет „Ангел Кънчев“. 50 – 54. // **Mincheva, I. (2013).** Metodot na uravneniyata za reshavanje na tekstovі zadachi v nachalното obuchenіe po matematika. V: Smrikarov, A. & dr. (red.). *Nauchni trudove na Rusenskiya universitet* – 2013, tom 52, seriya 6.2 Pedagogika i psihologiya. Istoriya, etnologiya i folklor. Ruse: Izdatelski tsentar pri Rusenski universitet „Angel Kanchev“, 50 – 54.

Минчева, И. (2012). *Връзките събиране – изваждане и умножение – деление в обучението по математика в началните класове.* Пловдив: Астарта. // **Mincheva, I. (2012).** *Vrazkite sabirane – izvazhdane i umnozhenie – delenie v obuchenieto po matematika v nachalnite klasove.* Plovdiv: Astarta.

Минчева, И. (2010). *Методика на обучението по математика в началните класове.* Велико Търново: Астарта. // **Mincheva, I. (2010).** *Metodika na obuchenieto po matematika v nachalnite klasove,* Veliko Tarnovo: Astarta.

Минчева, И. (2003). *Задачите за намиране на неизвестен компонент на аритметична операция и приложението им за решаване на текстови задачи в обучението по математика в началните класове.* Велико Търново: Астарта. // **Mincheva, I. (2003).** *Zadachite za namirane na neizvesten komponent na aritmetichna operatsiya i prilozhenieto im za reshavanje na tekstovi zadachi v obuchenieto po matematika v nachalnite klasove.* Veliko Tarnovo: Astarta.

Минчева, И. & Михова, М. (2003а). Умозаклучения. Разсъжденията по индукция, дедукция и аналогия в началното обучение по математика. *Педагогически алманах*, 11(1), 70 – 90. // **Mincheva, I. & Mihova, M. (2003).** *Umozaklyucheniya. Razsazhdeniyata po induktsiya, deduktsiya i analogiya v nachalното obuchenie po matematika.* *Pedagogicheski almanah*, 11(1), 70 – 90.

Минчева, И. & Михова, М. (2003б). *Дидактически проблеми на началното обучение по математика – математическите понятия и математическите твърдения.* Велико Търново: Астарта. // **Mincheva, I. & Mihova, M. (2003).** *Didakticheski problemi na nachalното obuchenie po matematika – matematicheskite ponyatiya i matematicheskite tvardeniya.* Veliko Tarnovo: Astarta.

Учебни програми по математика за 1.– 4. клас. МОН. // **Uчебni programi po matematika za 1.– 4. klas. MON**

Пойа. Д. (1972). *Как се решава задача.* София: Народна просвета. // **Polya, D. (1972).** *Kak se reshava zadacha.* Sofia: Narodna prosveta.

Petkova, M., E. Velikova (2015). Mathematical problem posing on the basis of the GeoGebra multiplatform. *Proceedings of the University of Ruse*, 54 (6.4), 28 – 38.

Petkova, M. (2011). Teaching and learning mathematics based on GeoGebra usage. *Mathematics, Informatics and Physics, Proceedings the Union of Scientists – Ruse*, 8 (5), 145 – 152, file:///C:/Users/User/AppData/Local/Temp/2011_MPetkova_EN_Union_Sciencists_plus_cover_pages_official.pdf