



## Идеи за усъвършенстване на обучението по математика чрез използване на математически софтуер GeoGebra

Жоржета Ангелова  
Иванка Минчева

### Ideas for Improving Mathematics Teaching by Using the GeoGebra Mathematical Software

Zhorzheta Angelova  
Ivanka Mincheva

**Abstract:** *This paper deals with some uses of the GeoGebra mathematical software with the aim to improve and modernize mathematics teaching. It proposes some ideas for systemizing activities and problems related to solving a triangle. The problems are presented in two groups – basic and additional, each of which has subgroups. The purpose of the drawings is to illustrate the respective problem, to facilitate its solution, and to demonstrate the main requirement to learn mathematical concepts – to vary the insignificant properties of a concept to make the significant ones stand out.*

**Keywords:** *GeoGebra; triangle; triangle problem solution.*

## ВЪВЕДЕНИЕ

### Приложение на математическия софтуер GeoGebra за решаване на задачи

Решаването на задачи е важна част от обучението по математика, свързана с усвояване на математически знания и за решаване на нематематически проблеми. В основата на тази дейност са разбирането и усвояването на различни групи математически знания. Основните групи задачи, които се разглеждат в училищния курс по математика, са свързани с основните равнинни и пространствени геометрични фигури. Геометричните фигури и задачите върху тях могат нагледно да се въвеждат, разбират и усвояват чрез използване на динамичния софтуер GeoGebra.

## ИЗЛОЖЕНИЕ

При формиране на геометрични представи е важно да се прави преход от конкретни обекти към фигурата или нейния образ, и обратно – от образа на фигурата към реалния обект. Самостоятелната нагледно-практическа дейност на учениците може да бъде разнообразна – чертаене на фигури, изрязване, моделиране с различни материали, прегъване, измерване и др. [3]. В училищния курс по математика геометричните задачи най-често се свеждат до задачи от триъгълник, а последните, от своя страна – до решаване на триъгълник. Ето защо в настоящото изследване са разгледани следните идеи:

- систематизират се задачи от решаване на триъгълник;
- анализира се съдържанието на основните и допълнителните задачи;
- анализира се процесът на решаване на избрани представителни групи основни и допълнителни задачи;

• важен дидактически компонент при анализа на структурата и решението на всяка задача е използването на математическия софтуер GeoGebra, чрез който се визуализира геометричната фигура, вмъкват се анимации и др.

Технологичните подходи не са универсални, а по-скоро допълват научните области педагогика, психология, социология, социална педагогика, политология и др. Прилагането на технологичния подход в обучението става важна част от теоретичните постановки и успешните практики в педагогиката [4].

При решаването на дадена задача образователният софтуер GeoGebra е използван като инструмент за чертане на геометричната фигура, тъй като той предлага поетапно построяване на всеки елемент от фигурата. След като фигурата е построена, се показва как може да се визуализира отново построението в хронологичен ред с цел използването на зрителната памет за постигане на трайни знания. Чрез GeoGebra се оцветяват фигурата и отделните ѝ елементи, а използването на анимация онагледява основните елементи на фигурата [1] – върхове, страни, ъгли, медиани, ъглополовящи, височини и др. Така по-достъпно се представя, по-ясно е изложението и разбирането на геометричните знания, както и по-бързо и лесно се открива решението на геометричните задачи. Всеки построен елемент може да бъде скрит или показан на чертожната повърхност, като запазва стойността и координатите си в друг прозорец. Едно от най-големите предимства на софтуера е, че всеки вмъкнат елемент се вижда в два или повече прозореца. За изследването са използвани два прозореца на GeoGebra: алгебричен прозорец и чертожна повърхност. В алгебричния прозорец се изобразяват координатите на всички точки, прави, отсечки, многоъгълници и на всички обекти, които сме вмъкнали от менюто с инструменти и сме построили на чертожната повърхност. На чертожната повърхност се изобразяват геометричните фигури, които сме построили [2]. Менюто се променя динамично в зависимост от това в кой прозорец се работи. Всеки елемент може да бъде преименуван, да се променя и оцветява [7].

При разглеждане и анализиране на системите задачи динамичният софтуер GeoGebra се използва за постигане на следните цели:

- онагледяване на вида на фигурата;
- открояване на основните и допълнителните елементи на фигурата и взаимното им положение;
- динамична промяна на равнинното разположение на фигурата с цел активизиране и улесняване на разбирането както на задачата, така и на нейното решение.

### ***Решаване на задачи от триъгълник***

Задачите от триъгълник са основна група задачи в училищния курс по математика и се решават в обучението по математика в началните класове, както и в средния и гимназиалния етап на обучение.

С цел изследване на възможностите за решаване на задачи от триъгълник е направено систематизиране на задачите, като се въвеждат **основни и допълнителни задачи за решаване на триъгълник**:

- **ОСНОВНА ЗАДАЧА** за решаване на триъгълник – по дадени 3 основни елемента, поне един от който е страна, да се намерят останалите основни елементи на триъгълника;
- **ДОПЪЛНИТЕЛНА ЗАДАЧА** за решаване на триъгълник – по дадени 3 основни елемента, поне един от който е страна, да се намерят други елементи на триъгълника (медиани, ъглополовящи, височини, радиус на вписаната окръжност, радиуси на външновписаните окръжности, радиус на описана окръжност, периметър и лице).

Предложените динамични чертежи са дадени последователно според основната задача и съответните допълнителни задачи, към които те се отнасят. Чертежите за всяка основна задача са систематизирани в 3 основни групи:

1. Начертан е разглежданият вид триъгълник (според страните и/или според ъглите) с означени всички 6 основни елемента – страни и ъгли.

2. Начертан е отчасти разглежданият вид триъгълник (според страните и/или според ъглите) – начертани са само дадените елементи с точност до еднаквост. Останалите елементи се чертаят допълнително динамично (допълват се дадените елементи до триъгълник), като се използват различен цвят и/или мигане за самия нов елемент и за означението му, за да се открие.
3. Общи чертежи за допълнителните задачи към всички основни задачи.

**Чертежите към всяка основна или допълнителна задача са систематизирани според основното изискване при изучаване на математическите понятия – вариране на несъществените свойства на понятието с цел открояване на съществените такива.**

Идеите, предложени по-горе, са представени в таблиците и чертежите, дадени по-долу.

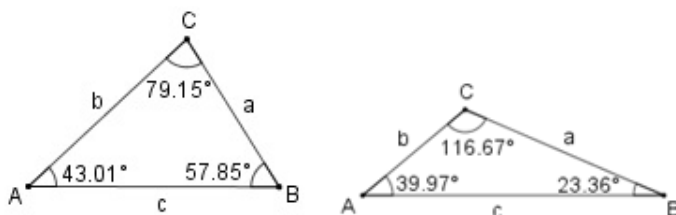
**Таблица 1. Система задачи от РАЗНОСТРАНЕН ТРИЪГЪЛНИК**

ЗАДАЧИ ОТ РАЗНОСТРАНЕН ТРИЪГЪЛНИК																							
Основна задача 1. (ОЗ 1.)						Основна задача 2. (ОЗ 2.)						Основна задача 3. (ОЗ 3.)						Основна задача 4. (ОЗ 4.)					
Допълнителни задачи (ДЗ)						Допълнителни задачи (ДЗ)						Допълнителни задачи (ДЗ)						Допълнителни задачи (ДЗ)					
ДЗ 1.1.	ДЗ 1.2.	ДЗ 1.3.	ДЗ 1.4.	ДЗ 1.5.	ДЗ 1.6.	ДЗ 2.1.	ДЗ 2.2.	ДЗ 2.3.	ДЗ 2.4.	ДЗ 2.5.	ДЗ 2.6.	ДЗ 3.1.	ДЗ 3.2.	ДЗ 3.3.	ДЗ 3.4.	ДЗ 3.5.	ДЗ 3.6.	ДЗ 4.1.	ДЗ 4.2.	ДЗ 4.3.	ДЗ 4.4.	ДЗ 4.5.	ДЗ 4.6.

**Таблица 1.1. Система задачи от ОСНОВНА ЗАДАЧА 1. (ОЗ 1.)**

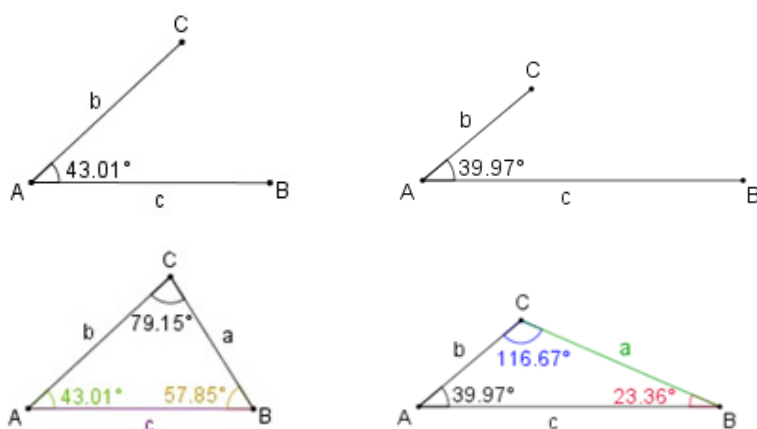
ОСНОВНА ЗАДАЧА 1. (ОЗ 1.)					
Решаване на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени две страни и ъгъл между тях ()					
ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ (ДЗ)					
Намиране на елементи на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени две страни и ъгъл между тях (ОЗ 1.1. $b, c, \alpha$ ; ОЗ 1.2. $c, a, \beta$ ; ОЗ 1.3. $a, b, \gamma$ )					
ДЗ 1.1.	ДЗ 1.2.	ДЗ 1.3.	ДЗ 1.4.	ДЗ 1.5.	ДЗ 1.6.
Намиране на медианите $m_a, m_b, m_c$	Намиране на ъглополовящите $l_a, l_b, l_c$	Намиране на височините $h_a, h_b, h_c$	Намиране радиусите на вписаната и външновписаните окръжности $r, r_a, r_b, r_c$	Намиране радиуса на описаната окръжност $R$	Намиране периметъра $P$ и лицето $S$ на триъгълника
ЗАДАЧИ, ПОЛУЧЕНИ ОТ СЪОТВЕТНАТА ДОПЪЛНИТЕЛНА ЗАДАЧА – по дадени 3 елемента на триъгълника, поне един от които е линеен, да се намерят останалите елементи					
ОБЩИ ЗАДАЧИ ВЪРХУ НЯКОЛКО ИЗБРАНИ ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ – по дадени 3 елемента, поне един от които е линеен, да се намерят избрани елементи на триъгълника					

**Чертеж 1. (ОЗ 1.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен)**



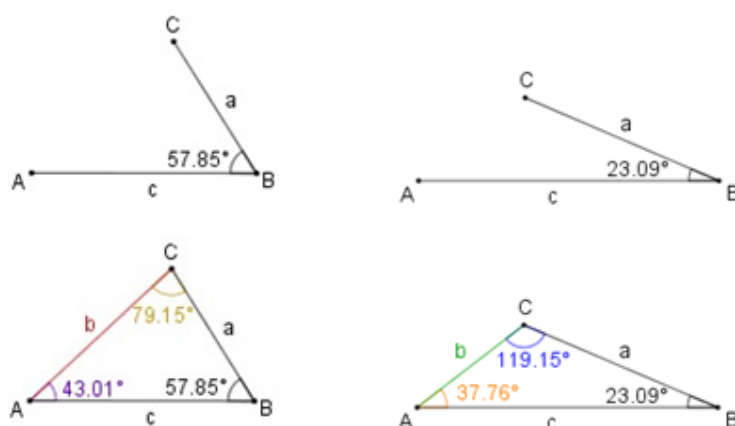
**Фигура 1. Разностранен триъгълник**

**Чертеж 2. (ОЗ 1.1.)** Начертан отчасти **разностранен тригълник** (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  **$b, c, \alpha$** . Останалите 3 елемента – **страната  $a$**  и **ъглите  $\beta$  и  $\gamma$**  – се чертаят допълнително динамично (допълват се двете дадени страни и ъгълът между тях до тригълник).



**Фигура 2.** Чертеж 2. ОЗ 1.1.

**Чертеж 3. (ОЗ 1.2.)** Начертан отчасти **разностранен тригълник** (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  **$c, a, \beta$** . Останалите 3 елемента – **страната  $b$**  и **ъглите  $\alpha$  и  $\gamma$**  – се чертаят допълнително динамично (допълват се двете дадени страни и ъгълът между тях до тригълник).



**Фигура 3.** Чертеж 3. ОЗ 1.2.

**Чертеж 4. (ОЗ 1.3.)** Начертан отчасти **разностранен тригълник** (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  **$a, b, \gamma$** . Останалите 3 елемента – **страната  $c$**  и **ъглите  $\alpha$  и  $\beta$**  – се чертаят допълнително динамично (допълват се двете дадени страни и ъгълът между тях до тригълник).



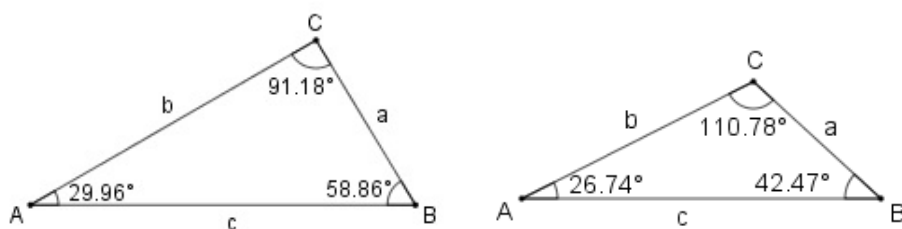


Фигура 4. Чертеж 4. ОЗ 1.3.

Таблица 1.2. Система задачи от ОСНОВНА ЗАДАЧА 2. (ОЗ 2.)

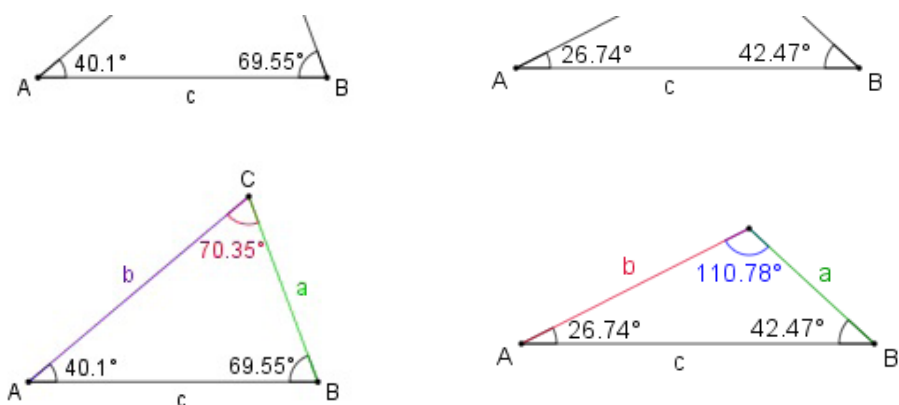
ОСНОВНА ЗАДАЧА 2. (ОЗ2.)					
Решаване на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени една страна и два прилежащи ъгъла (ОЗ 2.1. $c, \alpha, \beta$ ; ОЗ 2.2. $a, \beta, \gamma$ ; ОЗ 2.3. $b, \gamma, \alpha$ )					
ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ (ДЗ)					
Намиране на елементи на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени една страна и два прилежащи ъгъла (ОЗ 2.1. $c, \alpha, \beta$ ; ОЗ 2.2. $a, \beta, \gamma$ ; ОЗ 2.3. $b, \gamma, \alpha$ )					
ДЗ 2.1.	ДЗ 2.2.	ДЗ 2.3.	ДЗ 2.4.	ДЗ 2.5.	ДЗ 2.6.
Намиране на медианите $m_a, m_b, m_c$	Намиране на ъглополовящите $l_a, l_b, l_c$	Намиране на височините $h_a, h_b, h_c$	Намиране радиусите на вписаната и външновписаните окръжности $r, r_a, r_b, r_c$	Намиране радиуса на описаната окръжност $R$	Намиране периметъра $P$ и лицето $S$ на триъгълника
ЗАДАЧИ, ПОЛУЧЕНИ ОТ СЪОТВЕТНАТА ДОПЪЛНИТЕЛНА ЗАДАЧА – по дадени 3 елемента на триъгълника, поне един от които е линеен, да се намерят останалите елементи					
ОБЩИ ЗАДАЧИ ВЪРХУ НЯКОЛКО ИЗБРАНИ ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ – по дадени 3 елемента, поне един от които е линеен, да се намерят избрани елементи на триъгълника					

Чертеж 1. (ОЗ 2.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен)



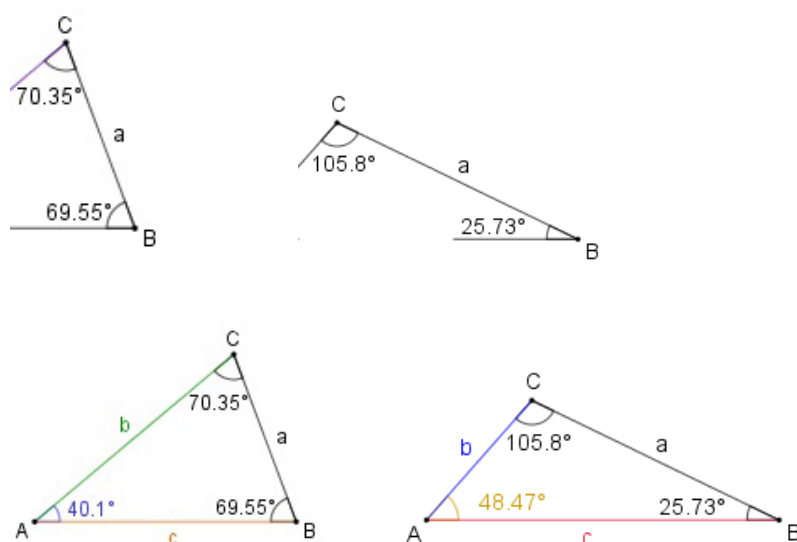
Фигура 5. Чертеж 1. ОЗ 2.

Чертеж 2. (ОЗ 2.1.) Начертан отчасти разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  $c, \alpha, \beta$ . Останалите 3 елемента – страните  $a$  и  $b$  и ъгълът  $\gamma$  се чертаят допълнително динамично (допълват се страната и двата прилежащи ъгъла до триъгълник).



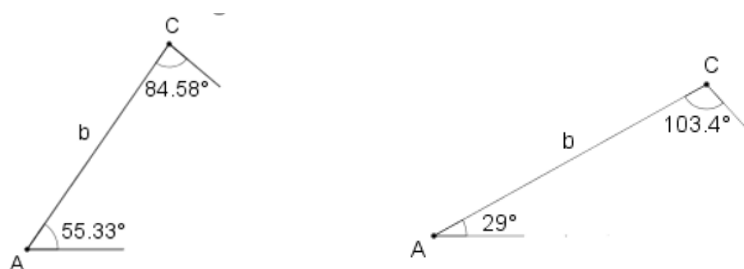
Фигура 6. Чертеж 2. ОЗ 2.1.

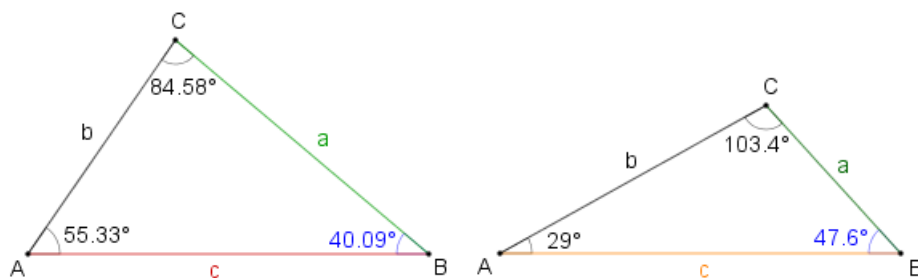
**Чертеж 3. (ОЗ 2.2.)** Начертан отчасти **разностранен триъгълник** (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  **$\alpha, \beta, \gamma$** . Останалите 3 елемента – **страните  $b$  и  $c$**  и **ъгълът  $\alpha$**  – се чертаят допълнително динамично (допълват се страната и двата прилежащи ъгъла до триъгълник).



Фигура 7. Чертеж 3. ОЗ 2.2.

**Чертеж 4. (ОЗ 2.3.)** Начертан отчасти **разностранен триъгълник** (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  **$b, \gamma, \alpha$** . Останалите 3 елемента – **страните  $a$  и  $c$**  и **ъгълът  $\beta$**  – се чертаят допълнително динамично (допълват се страната и двата прилежащи ъгъла до триъгълник).



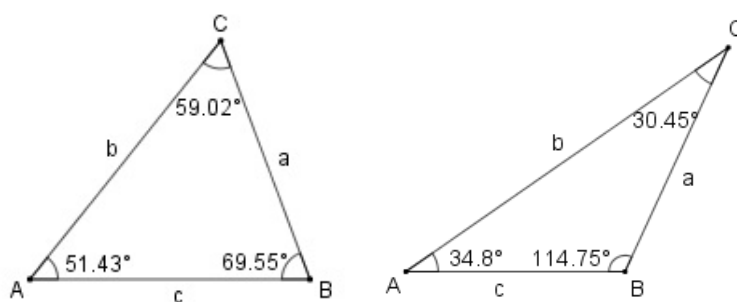


Фигура 8. Чертеж 4. ОЗ 2.3.

Таблица 1.3. Система задачи от ОСНОВНА ЗАДАЧА 3. (ОЗ 3.)

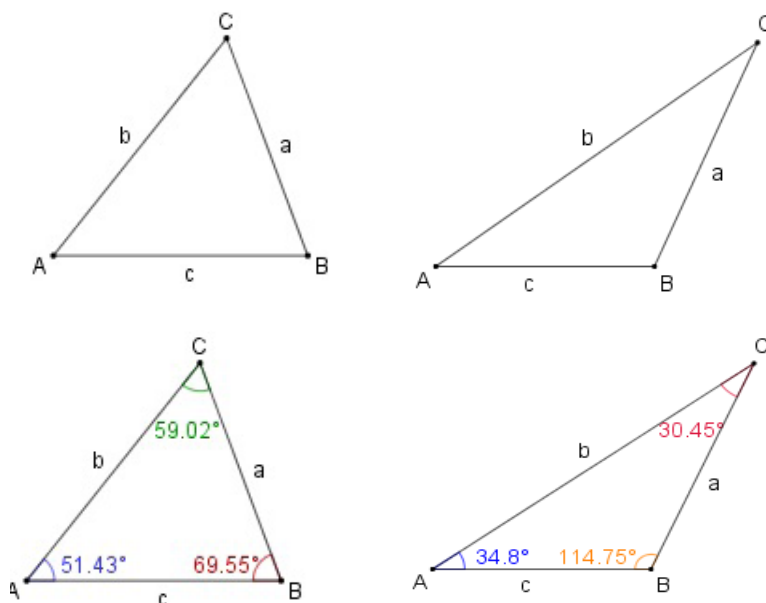
ОСНОВНА ЗАДАЧА 3. (ОЗ 3.)					
Решаване на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени три страни (ОЗ 3.1. $a, b, c$ )					
ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ (ДЗ)					
Намиране на елементи на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени три страни (ОЗ 3.1. $a, b, c$ )					
ДЗ 3.1.	ДЗ 3.2.	ДЗ 3.3.	ДЗ 3.4.	ДЗ 3.5.	ДЗ 3.6.
Намиране на медианите $m_a, m_b, m_c$	Намиране на ъглополовящите $l_a, l_b, l_c$	Намиране на височините $h_a, h_b, h_c$	Намиране радиусите на вписаната и външновписаните окръжности $r, r_a, r_b, r_c$	Намиране радиуса на описаната окръжност $R$	Намиране периметъра $P$ и лицето $S$ на триъгълника
ЗАДАЧИ, ПОЛУЧЕНИ ОТ СЪОТВЕТНАТА ДОПЪЛНИТЕЛНА ЗАДАЧА – по дадени 3 елемента на триъгълника, поне един от които е линеен, да се намерят останалите елементи					
ОБЩИ ЗАДАЧИ ВЪРХУ НЯКОЛКО ИЗБРАНИ ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ – по дадени 3 елемента, поне един от които е линеен, да се намерят избрани елементи на триъгълника					

Чертеж 1. (ОЗ 3.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен)



Фигура 9. Чертеж 1. ОЗ 3.

**Чертеж 2. (ОЗ 3.1.)** Начертан отчасти разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са само трите дадени елемента – **трите страни  $a, b, c$** . Останалите 3 елемента – **ъглите  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$**  – се чертаят допълнително динамично (допълват се трите дадени страни до триъгълник с трите му ъгъла).

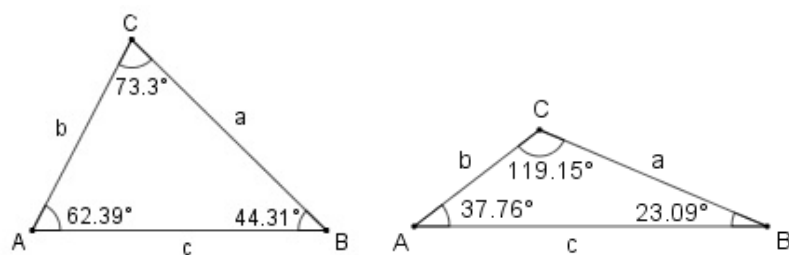


Фигура 10. Чертеж 2. ОЗ 3.1.

Таблица 1.4. Система задачи от ОСНОВНА ЗАДАЧА 4. (ОЗ 4.)

ОСНОВНА ЗАДАЧА 4. (ОЗ 4.)					
Решаване на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени две страни и ъгъл срещу едната от тях (ОЗ 4.1. $a, b, \alpha$ ; ОЗ 4.2. $b, c, \beta$ ; ОЗ 4.3. $c, a, \gamma$ )					
ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ (ДЗ)					
Намиране на елементи на РАЗНОСТРАНЕН триъгълник по дадени две страни и ъгъл срещу едната от тях (ОЗ 4.1. $a, b, \alpha$ ; ОЗ 4.2. $b, c, \beta$ ; ОЗ 4.3. $c, a, \gamma$ )					
ДЗ 4.1.	ДЗ 4.2.	ДЗ 4.3.	ДЗ 4.4.	ДЗ 4.5.	ДЗ 4.6.
Намиране на медианите $m_a, m_b, m_c$	Намиране на ъглополовящите $l_a, l_b, l_c$	Намиране на височините $h_a, h_b, h_c$	Намиране радиусите на вписаната и външновписаните окръжности $r, r_a, r_b, r_c$	Намиране радиуса на описаната окръжност $R$	Намиране периметъра $P$ и лицето $S$ на триъгълника
ЗАДАЧИ, ПОЛУЧЕНИ ОТ СЪОТВЕТНАТА ДОПЪЛНИТЕЛНА ЗАДАЧА – по дадени 3 елемента на триъгълника, поне един от които е линеен, да се намерят останалите елементи					
ОБЩИ ЗАДАЧИ ВЪРХУ НЯКОЛКО ИЗБРАНИ ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ – по дадени 3 елемента, поне един от които е линеен, да се намерят избрани елементи на триъгълника					

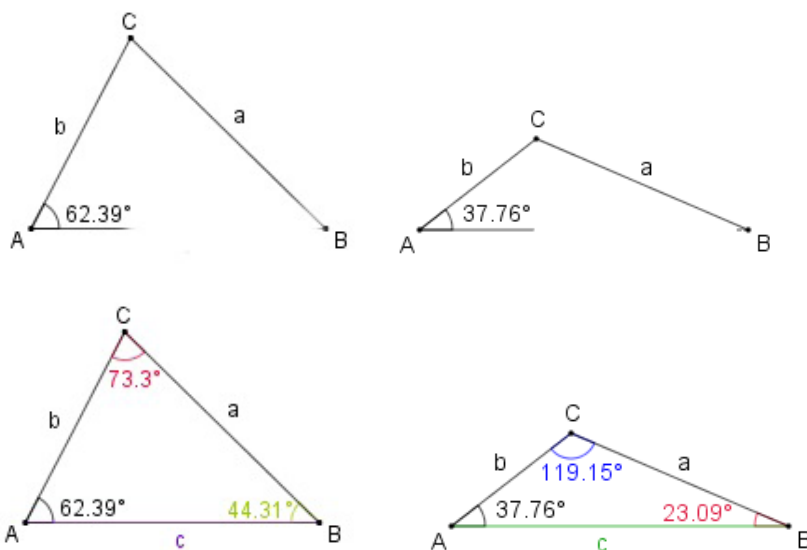
**Чертеж 1. (ОЗ 4.)** Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) с означени всички 6 основни елемента – страни и ъгли



Фигура 11. Чертеж 1. ОЗ 4.

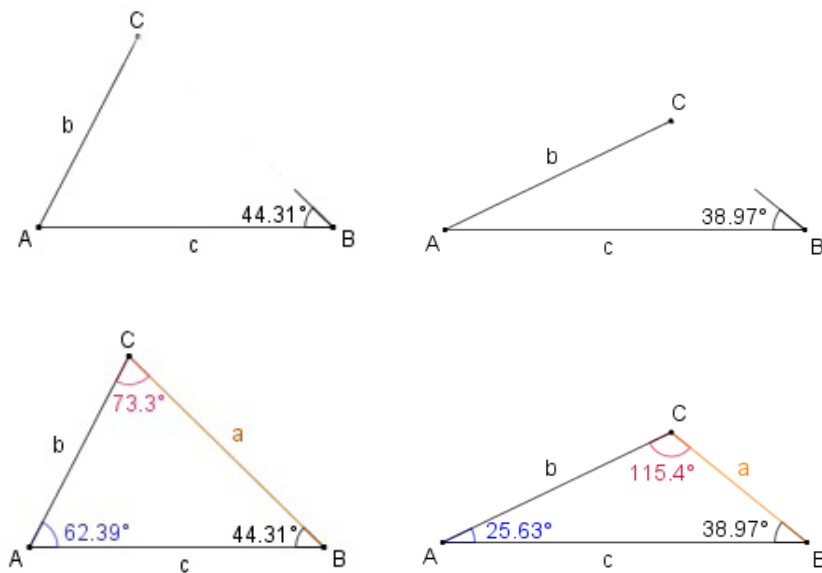


**Чертеж 2. (ОЗ 4.1.)** Начертан отчасти разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  $a, b, \alpha$ . Останалите 3 елемента – страната  $c$  и ъглите  $\beta$  и  $\gamma$  – се чертаят допълнително динамично (допълват се двете дадени страни и ъгълът до триъгълник).



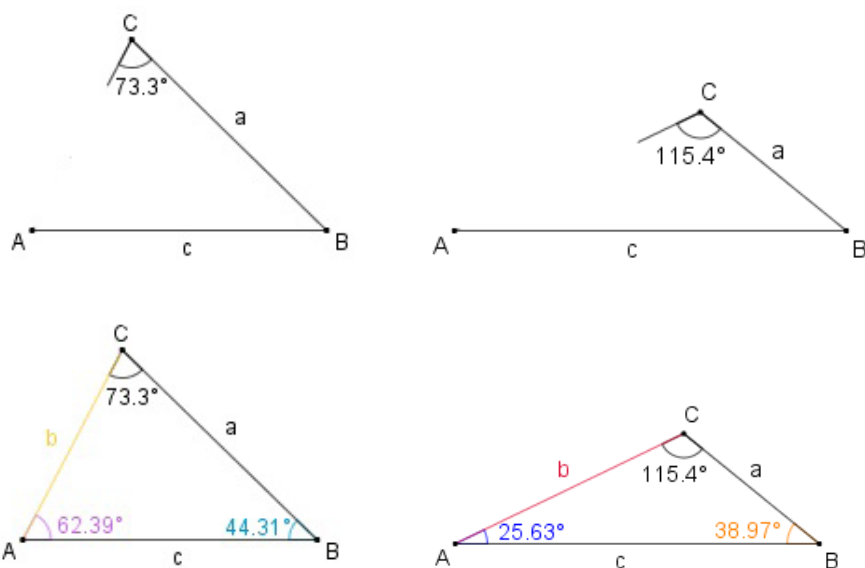
Фигура 12. Чертеж 2. ОЗ 4.1.

**Чертеж 3. (ОЗ 4.2.)** Начертан отчасти разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  $b, c, \beta$ . Останалите 3 елемента – страната  $a$  и ъглите  $\alpha$  и  $\gamma$  – се чертаят допълнително динамично (допълват се двете дадени страни и ъгълът до триъгълник).



Фигура 13. Чертеж 3. ОЗ 4.2.

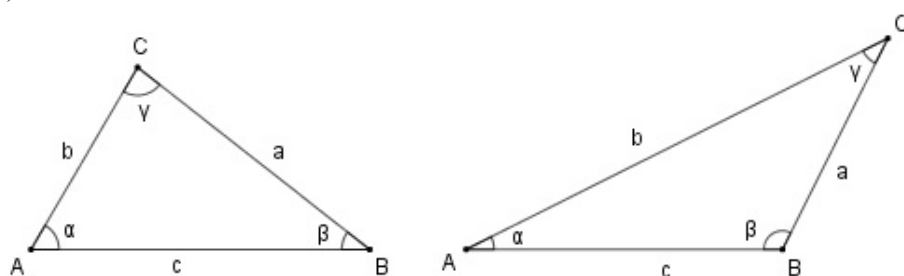
**Чертеж 4. (ОЗ 4.3.)** Начертан отчасти разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) – начертани са  $c, a, \gamma$ . Останалите 3 елемента – страната  $b$  и ъглите  $\alpha$  и  $\beta$  – се чертаят допълнително динамично (допълват се двете дадени страни и ъгълът до триъгълник).



Фигура 14. Чертеж 4. ОЗ 4.3.

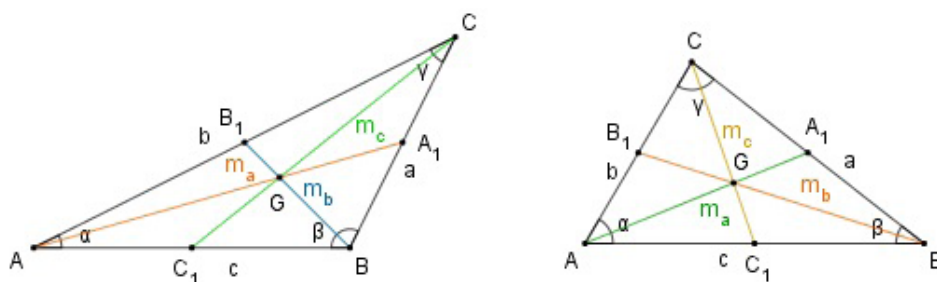
## ОБЩИ ЧЕРТЕЖИ ЗА ДОПЪЛНИТЕЛНИТЕ ЗАДАЧИ КЪМ ВСИЧКИ ОСНОВНИ ЗАДАЧИ

**Чертеж 1.** (ДЗ 1.1., 2.1., 3.1., 4.1.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен).



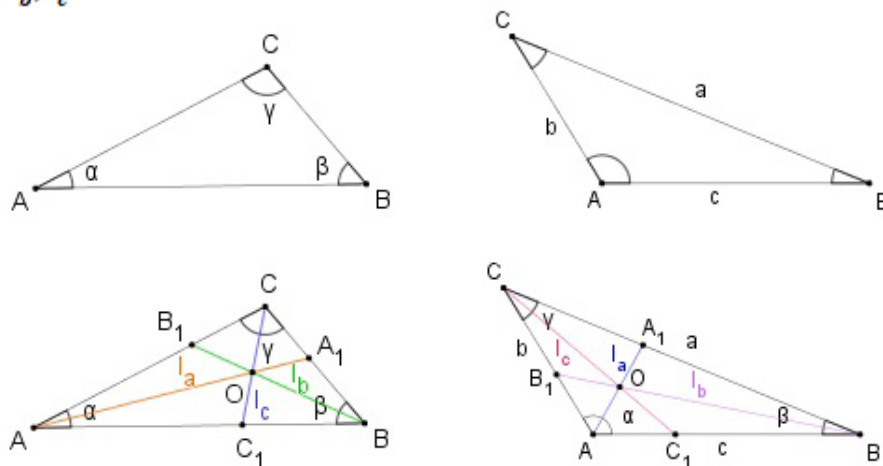
Фигура 15. Чертеж 1. ДЗ 1.1., 2.1., 3.1., 4.1.

**Чертеж 1.1.** (ДЗ 1.1., 2.1., 3.1., 4.1.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) с означени 6 основни елемента. След това динамично се чертае всяка медиана  $m_a, m_b, m_c$  и се означава.



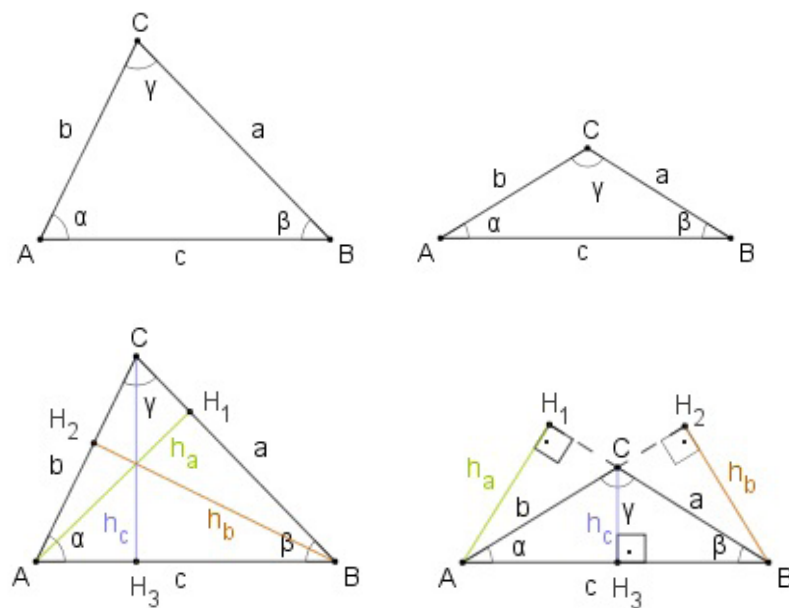
Фигура 16. Чертеж 1.1. ДЗ 1.1., 2.1., 3.1., 4.1.

**Чертеж 1.2.** (ДЗ 1.2., 2.2., 3.2., 4.2.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) с означени 6 основни елемента. След това динамично се чертае всяка ъглополовяща  $l_a, l_b, l_c$  и се означава.



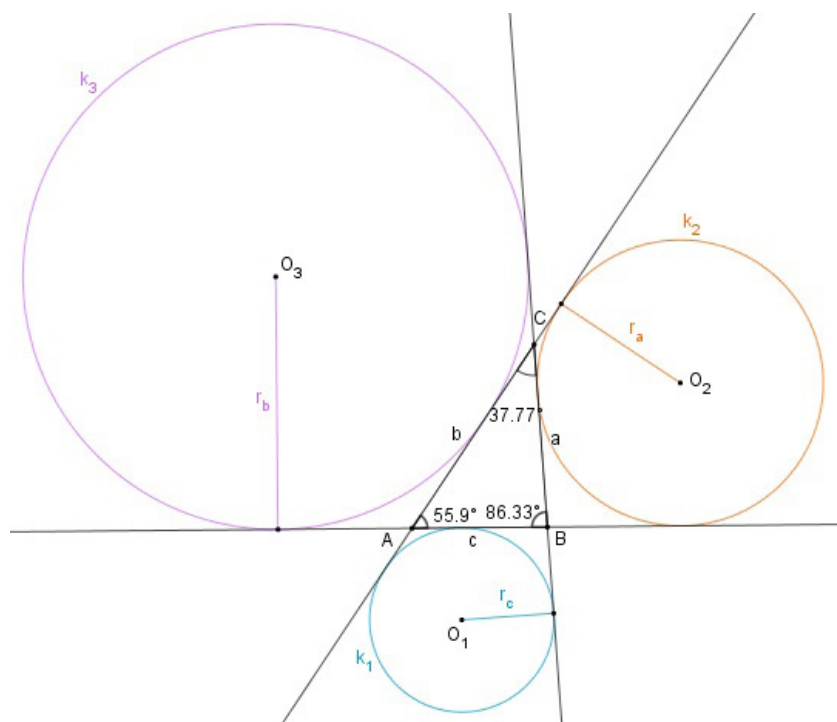
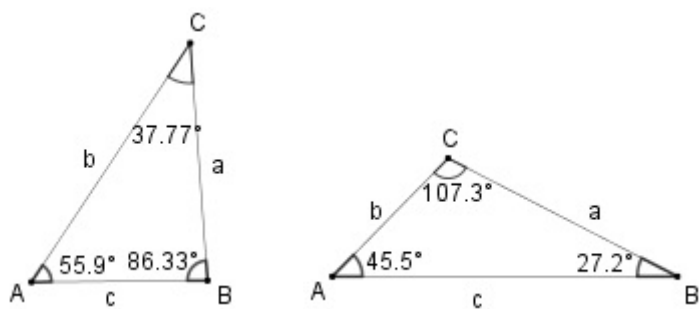
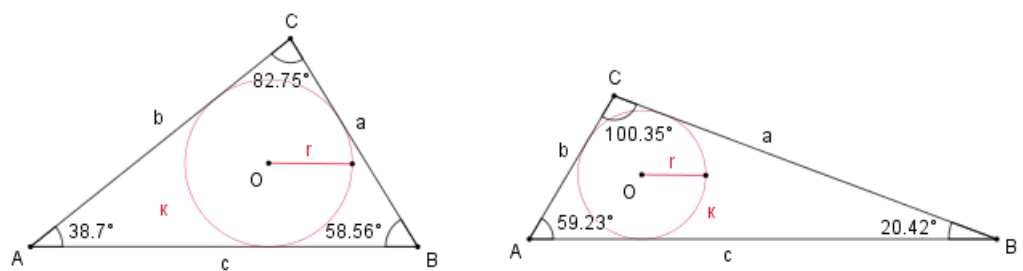
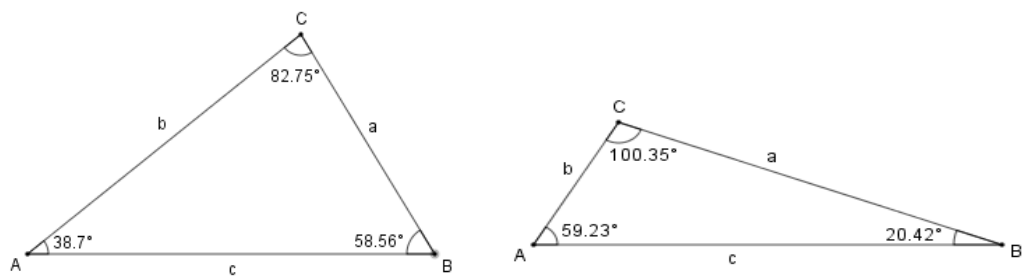
Фигура 17. Чертеж 1.2. ДЗ 1.2., 2.2., 3.2., 4.2.

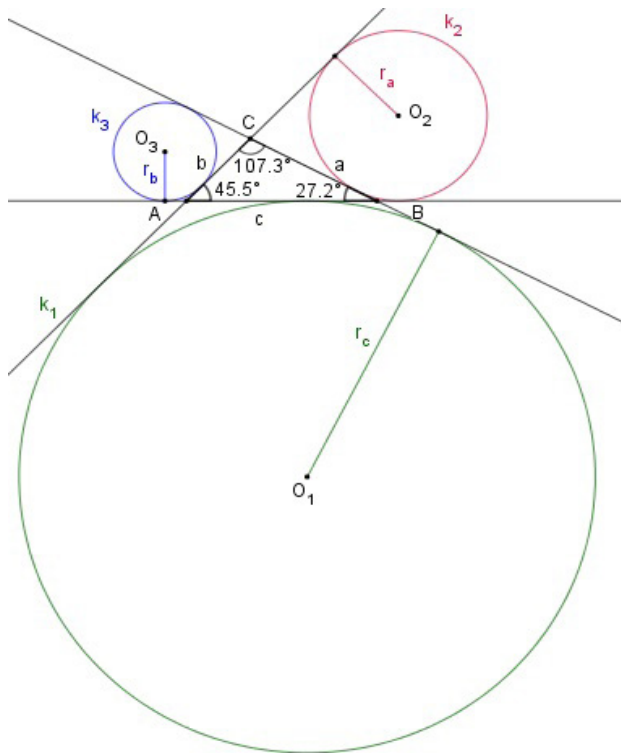
**Чертеж 1.3.** (ДЗ 1.3., 2.3., 3.3., 4.3.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) с означени 6 основни елемента. След това динамично се чертае всяка височина  $h_a, h_b, h_c$  и се означава.



Фигура 18. Чертеж 1.3. ДЗ 1.3., 2.3., 3.3., 4.3.

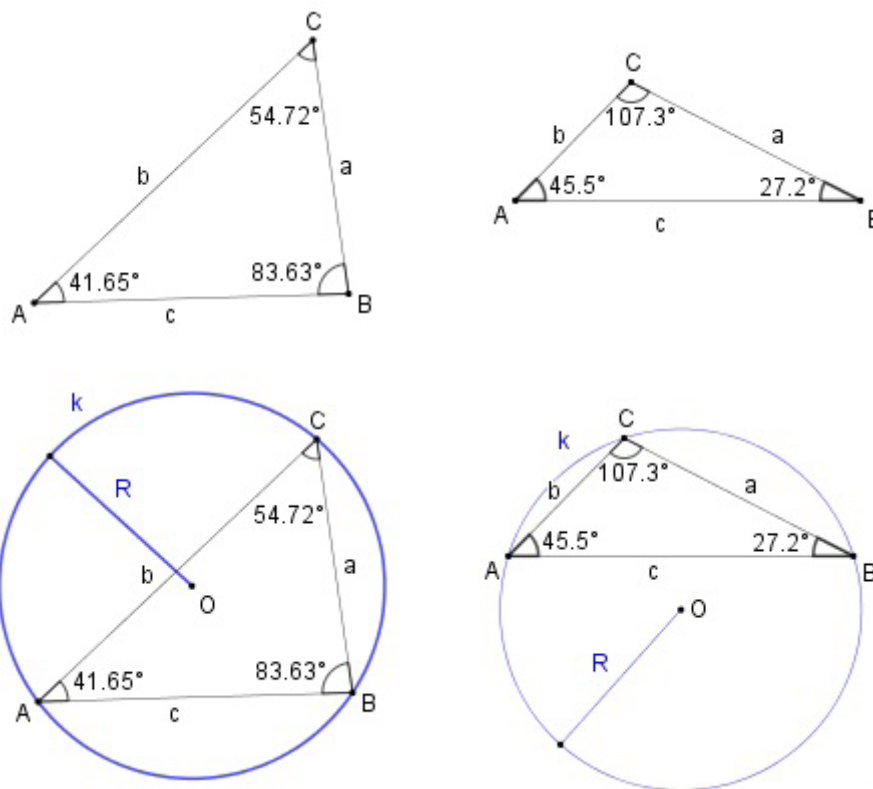
**Чертеж 1.4.** (ДЗ 1.4., 2.4., 3.4., 4.4.) Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) с означени 6 основни елемента. След това динамично се чертае всеки радиус  $r, r_a, r_b, r_c$  и се означава. Чертаят се вписаната и външновписаните окръжности.





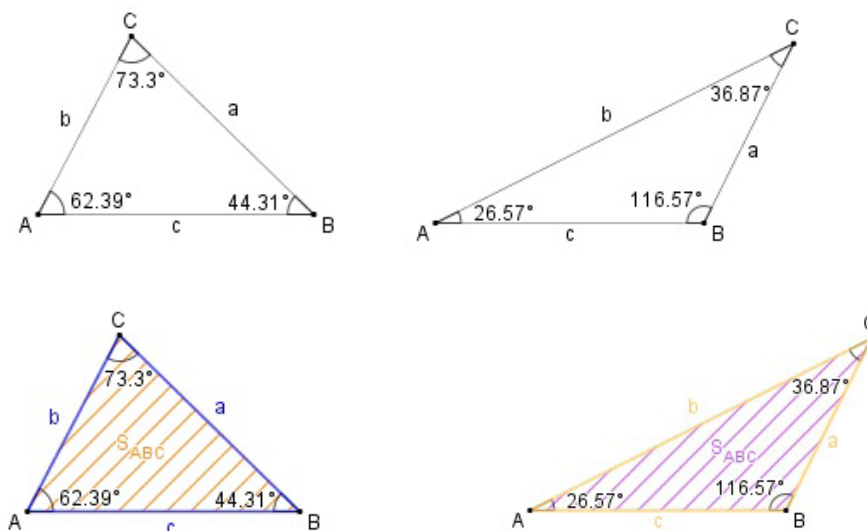
Фигура 19. Чертеж 1.4. ДЗ 1.4., 2.4., 3.4., 4.4.

**Чертеж 1.5. (ДЗ 1.5., 2.5., 3.5., 4.5.)** Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) с означени 6 основни елемента. След това динамично се чертае радиусът  $R$  и се означава. Чертае се описаната окръжност.



Фигура 20. Чертеж 1.5. ДЗ 1.5., 2.5., 3.5., 4.5.

**Чертеж 1.6. (ДЗ 1.6., 2.6., 3.6., 4.6.)** Начертан разностранен триъгълник (остроъгълен и тъпоъгълен) с означени 6 основни елемента. След това динамично се чертаят периметърът  $P$  (очертава се контурът) и лицето  $S$  (защрихова се вътрешността) на триъгълника и се означава.



**Фигура 21.** Чертеж 1.6. ДЗ 1.6., 2.6., 3.6., 4.6.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическият софтуер GeoGebra е част от електронните образователни ресурси, които лесно се вписват в урок или фрагмент от урок, поради възможността да визуализира динамични промени в изучаваните обекти, с което привлича и задържа вниманието на учениците. Педагогическото взаимодействие при изучаване на геометрични знания е доказано по-силно при организиране на познавателни дейности с използването на GeoGebra. Предложените системи от дейности и придружаващите ги динамични чертежи са надеждна предпоставка за усъвършенстване и модернизиране на обучението по математика и водят до по-висока ефективност и съответно до по-добра успеваемост на учениците

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Минчева, Ив., Ж. Ангелова. 2018. Използване на математически софтуер GeoGebra за решаване на стереометрични задачи в обучението по математика. Сб. от 57-ма годишна научна конференция на РУ§СУ'18 „Нови индустрии, дигитална икономика, общество – проекции на бъдещето“, Русе, 26–27 октомври 2018 г. Ред. М. Върбанова и др. <http://conf.uni-ruse.bg/bg/?cmd=dPage&pid=proc18-6.4>. Proceedings of University of Ruse – 2018, volume 57, book 6.4., с. 28–33. Русе, Русенски университет „Ангел Кънчев“. // Mincheva, Iv., Zh. Angelova. 2018. Izpolzvanе na matematicheski softuer GeoGebra za reshавane na stereometrichni zadachi v obuchenieto po matematika. Sb. ot 57-ma godishna nauchna konferentsia na RU§SU'18 „Novi industrii, digitalna iкономика, obshtestvo – proektsii na badeshteto“, Ruse, 26–27 oktomvri 2018 g. Red. M. Varbanova i dr. <http://conf.uni-ruse.bg/bg/?cmd=dPage&pid=proc18-6.4>. Proceedings of University of Ruse – 2018, volume 57, book 6.4., s. 28–33. Ruse, Rusenski universitet „Angel Kanchev“.
- [2] Минчева, И., Ж. Ангелова. 2019. Използване на GeoGebra при изучаване на геометрия в обучението по математика в 1.–4. клас. Сборник от международна научна конференция „Педагогическо образование – традиции и съвременност“, Велико Търново, 15–16 ноември 2019 г. Ред. Маринела Михова. с. 233–241. // Mincheva, I., Zh. Angelova. 2019. Izpolzvanе na GeoGebra pri izuchavane na geometria v obuchenieto po matematika v 1.–4. klas. Sbornik ot mezhdunarodna nauchna konferentsia „Pedagogichеско образование – traditsii i savremennost“, Veliko Tarnovo, 15–16 noemvri 2019 g. Red. Marinela Mihova. s. 233–241.
- [3] Минчева, Ив. 2010. Методика на обучението по математика в началните класове, Велико Търново: Астарта. // Mincheva, Iv. 2010. Metodika na obuchenieto po matematika v nachalnite klasove, Veliko Tarnovo: Astarta.

[4] **Петкова, М., Е. Великова.** 2014. Ролята на педагогическите технологии в учебния процес – теоретичен анализ. Годишно научно теоретично списание „Педагогически новости“, Русенски университет „А. Кънчев“, факултет „Природни науки и образование“, 1, с. 56–66. <http://pedagogicnews.uni-ruse.bg/>. // **Petkova, M., E. Velikova.** 2014. Rolyata na pedagogicheskite tehnologii v uchebnia protses – teoretichen analiz. Godishno nauchno teoretichno spisanie “Pedagogicheski novosti”, Rusenski universitet “A. Kanchev”, fakultet “Prirodni nauki i obrazovanie”, 1, s. 56–66. <http://pedagogicnews.uni-ruse.bg/>.

[5] **Петкова, М.** 2013. Интегриране на геометрични фрактални конструкции чрез geogebra за хибриден учебен процес. Научнометодическо списание „Математика и информатика“. София, Национално издателство за образование и наука, LVI, (6), с. 541–561. // **Petkova, M.** 2013. Integrirane na geometrichni fraktalni konstruktсии chrez GeoGebra za hibriden ucheben protses. Nauchnometodicheskoe spisanie “Matematika i informatika”. Sofia, Natsionalno izdatelstvo za obrazovanie i nauka, LVI, (6), s. 541–561.

[6] **Petkova, M.** 2013. GeoGebra in School Course in Geometry. Mathematics, Informatics and Physics, Conference ITE, the Union of Scientists – Ruse 5, (10), pp. 136–145, [Online]. URL: [http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference/\\_MagdalenaPetkova.pdf](http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference/_MagdalenaPetkova.pdf).

[7] <http://www.geogebra.org/>, GeoGebra, Официален сайт.

#### ИНФОРМАЦИЯ ЗА АВТОРИТЕ

---

Жоржета Йорданова Ангелова – асистент, докторант, специалност „Методика на обучението по информатика и информационни технологии“, факултет „Математика и информатика“, Великотърновски университет „Св. св. Кирил и Методий“, [zh.angelova@ts.uni-vt.bg](mailto:zh.angelova@ts.uni-vt.bg)

Иванка Минчева Георгиева – доцент, доктор, катедра „Алгебра и геометрия“, факултет „Математика и информатика“, Великотърновски университет „Св. св. Кирил и Методий“, [i.mincheva@ts.uni-vt.bg](mailto:i.mincheva@ts.uni-vt.bg)

#### ABOUT THE AUTHORS

Zhorzheta Angelova – PhD Student in Informatics and IT Teaching Methodology, Faculty of Mathematics and Informatics, St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Tarnovo, Bulgaria, E-mail: [zh.angelova@ts.uni-vt.bg](mailto:zh.angelova@ts.uni-vt.bg)

Ivanka Mincheva – Associate Professor, PhD, Faculty of Mathematics and Informatics, St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Tarnovo, Bulgaria, E-mail: [i.mincheva@ts.uni-vt.bg](mailto:i.mincheva@ts.uni-vt.bg)

-