



Разработване и приложение на стереоскопична система за обучение по стереометрия

Пеньо Лебамовски

Development and Use of a Stereoscopic System in Stereometry Training

Penyo Lebamovski

Abstract: *This article briefly presents how the StereoMV mathematical software is designed and used. It consists of five modules: interface, stereoscopic visualization, stereometry, training module and knowledge testing module. The stereoscopic system is research-oriented and designed for the presented modules. The purpose of the system is to allow students to control, observe and manipulate geometric shapes in space. StereoMV is part of a dissertation on the following topic: “Stereoscopic Training System”. A new boundary method, created by the author of the system, is used to generate geometric shapes. This method takes part in the generation of a circle by means of a quadratic Bézier curve using three control points. The use of the matrix calculus, which plays a role in the generation of geometric shapes and the performance of transformations, is of particular importance in the development of the system.*

Keywords: *stereoscopic system; stereometry; geometric shapes; boundary method; matrix.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Една от най-бързо развиващите се области на съвременния свят е 3D технологията, която през последните десетилетия намери приложение в почти всички сфери на обществото, включително и в образованието. Това, което доскоро изглеждаше като научна фантастика, днес е реалност. Една от най-важните характеристики на 3D технологията е, че тя може да направи невидимото видимо, а недостъпното – достъпно. В контекста на внедряването на 3D системите в образователно-специалистите в областта на информационните технологии, както и преподавателите активно си сътрудничат, за да се интегрира тази нова технология в училищата и университетите. 3D обучението е ключът към намиране на истинския потенциал на човешката изобретателност и помага на учениците да запомнят повече информация по лесен и приятен начин, както и да усвояват нови концепции и да показват по-високи нива на концентрация. Въвеждането на 3D системите в образованието на Република България в момента е възпрепятствано от редица обективни причини, като [2]: липсата на високотехнологични инфраструктури и стандарти, както и недостатъчната информираност на потенциалните потребители за ползите от новата технология. Тези ограничения могат да бъдат преодоляни в близкото бъдеще. Въпреки ограниченията експертите прогнозират активно въвеждане на 3D системите в областта на средното и висшето образование, като първите стъпки в тази насока са направени. Във връзка с това възниква необходимост от използването на стереоскопичните системи при обучение в областта на математиката, в частност на стереометрията, тъй като голяма част от изучавания материал се състои от текст, фигури и формули. В момента за визуализацията им се използват големи екрани и компютърни дисплеи. Голяма част от обектите, които се изучават по дисциплината „Стереометрия“, се намират в пространството, съответно по трите координатни оси и това много често затруднява учениците, които нямат добре развито пространствено въображение. Един от аспектите на развитието на съвременното образование в

областта на математиката (стереометрията), е да се развият следните качества в учениците: пространствено въображение, логическо мислене и практическо разбиране на изучавания учебен материал. Системата представя едно от най-новите направления в преподаването, фокусирано върху развитието на традиционното съдържание на учебния материал по стереометрия в комбинация с динамично моделиране в интерактивна геометрична среда. Основната цел на създаденото стереоскопично софтуерно приложение StereoMV е да се разработи динамичен триизмерен софтуер, осигуряващ активно учене по дисциплината „Стереометрия“ в средния и горния курс на обучение. Софтуерът има за цел да подпомогне развитието на пространственото мислене на учениците при решаване на стереометрични задачи, като предлага следните възможности:

- учениците да конструират, наблюдават и манипулират геометрични фигури в пространството;

- учениците да се съсредоточат върху моделирането на геометрични ситуации;

- учителите да подпомагат учебния процес на учениците.

За да отговори на тези цели, предложеният софтуер трябва да дава възможност за създаване на динамични структури, да се правят измервания и изчисления. Генерираните геометрични фигури да могат да се въртят във всички възможни посоки посредством устройства като мишка и клавиатура. В същото време може да се извършват промени в параметричните характеристики на геометричната фигура с цел създаване на динамично променящи се обекти.

Целта на статията е да се представи накратко нова технология за обучение по дисциплината „Стереометрия“ посредством нов софтуер, предназначен за ученици от среден и горен курс. Обяснява се как е проектирана и как може да се използва новата стереоскопична система.

Обща характеристика на StereoMV

Една от отличителните характеристики на StereoMV е способността да се конструират геометрични обекти и да се определят връзките между тях. В компютърната среда създадените на екрана геометрични обекти могат да бъдат манипулирани, премествани и преобразувани интерактивно с помощта на мишката. StereoMV позволява на учениците да видят на екрана изучавания геометричен обект, представен по няколко възможни начина, както и да го мащабират, транслират и завъртат. Интерфейсът на софтуера е опростен и предоставя отворена генеративна среда, която позволява на учениците лесно да работят със системата. StereoMV цели да бъде адаптивна, за да отговоря на нуждите на учители и ученици.

Визуализацията е важен елемент от разработената стереосистема, който при изучаването на дисциплината „Стереометрия“ се фокусира върху следните процеси [1]:

Наблюдение: наблюдението на изучаваните геометрични фигури чрез стереосистемата StereoMV позволява на учениците по-лесно да изучават трите измерения на геометричната фигура, което при традиционното наблюдение е почти невъзможно за тези ученици, които нямат добре развито пространствено въображение. Със системата StereoMV учениците могат да наблюдават геометричната фигура по два начина: чрез плътен и прозрачен изглед (фиг. 4.1.), както и да разглеждат фигурите отвън и отвътре. Разглеждайки фигурата отвътре, системата създава илюзията, че ученикът се намира в самата фигура.

Генериране: този процес позволява създаване на геометрични фигури. След като потребителят избере необходимия обект от панела с фигури, той задава стойности на параметрите на избраната геометрична фигура чрез използване на слайдери или чрез въвеждане на стойност в текстовото поле. В графичния прозорец на интерфейса на StereoMV се показва генерираната геометрична фигура.

Проучване: проучването позволява на учениците да изследват и откриват свойствата на генерираните геометрични фигури чрез манипулиране на стойностите на техните параметри. Това е основна процедура, възприета в повечето от учебни сценарии, проектирани да придружават софтуера StereoMV с цел по-добра визуализация на изучаваните геометрични фигури.

StereoMV интегрира следните функции, които ще допринесат за по-лесното усвояване на изучавания учебен материал по дисциплината „Стереометрия“, както и за развитието на визуалните способности на учениците:

„Плъзгане“: способността за влачене на геометричните фигури ще позволява на учениците да въртят, преместват и преоразмеряват 3D обектите. С помощта на *StereoMV* учениците ще могат да променят всички размери на геометричния обект или да го преоразмеряват само в едно измерение, в зависимост от поставената задача.

Проследяване: проследяването е елемент от интерфейса, който показва само части от фигурата. Например при изучаване на правилна пирамида може да се покаже част от нея: пресечена пирамида. Целта на тази функция е да предостави на учениците допълнителна възможност, с помощта на която да извършват визуално филтриране на изучаваната геометрична фигура.

Измерване: с помощта на *StereoMV* учениците автоматично получават информация за площта на лицето и обема на изучаваната геометрична фигура, която информация се показва в панела за числови изчисления. Системата позволява да се изследват свойствата на генерираните фигури чрез промяна на стойностите на параметрите им. Например с увеличаването на стойността на параметъра „височина“ на геометричната фигура учениците ще могат да наблюдават как се променят обемът и лицето на фигурата. Системата предоставя възможност и за изчисляване лицето на зададено сечение, движещо се по определена траектория, както и да го визуализира.

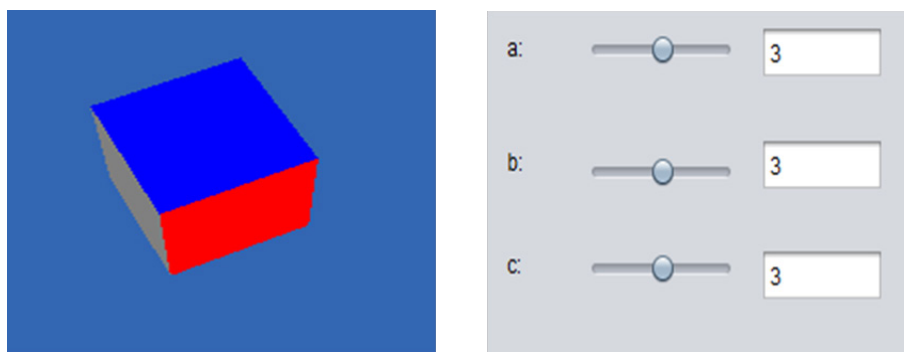
Резултати

Построяване на геометрични фигури

Построяване на куб

За да се построи и изследва геометричната фигура куб, е необходимо да се изпълнят следните действия:

1. От основния панел на *StereoMV* се избира панелът, свързан с геометричната фигура куб.
2. Следва добавяне на обекта на графичния прозорец/сцената. Потребителят ще може да уголемява фигурата посредством задаване стойности на измеренията на куба.
3. Всеки от върховете на фигурата ще е означен с латинска буква. Следва уточняване на всеки един от ръбовете и стените.
4. Има две възможности за генериране на куб: плътен и прозрачен, като потребителят ще може да добави едновременно и двете възможности. Всяка от стените потребителят ще може да оцветява в различен цвят.
5. Системата ще може да изчислява лице и обем на генерираната фигура.
6. Системата предоставя възможност за показване развивката на куб.
7. Софтуерът дава възможност за създаване на куб, образуван от три слоя по-малки кубчета.
8. Системата дава възможност да се извършва трансформации на куб, като транслация и ротация.



Фиг. 1. Генериран куб

Реализация на стереоскопична визуализация посредством Canvas 3D

Системата е реализирана и функционира под ОС Windows. Като средство за реализация е използван обектно ориентиранят език Java. Необходимите технически средства за реализация на стереоскопичната система са: графична карта, монитор за стереоскопична визуализация, очила (активни и пасивни) и проектор за стереоскопична визуализация. Използвани са следните библиотеките: AWT, SWING, JAVA3D, JDK 8.

Класът Canvas 3D е компонент от интерфейсната библиотека AWT и разширява двумерния обект в триизмерен чрез включване на необходимата 3D информация [6]. При визуализацията на стерео изображение може да възникне следният проблем: използваната стереокарта не се поддържа от Java. За да се избегне този проблем, е необходимо да се изпълни следната процедура:

1. Да се стартира стереопрограмата, която се отнася за активни очила.
2. Ако има съвместимост, следва задаването на стереоефект за ляво и дясно око.

Режим за стереоскопична визуализация

Mixed Immediate режимът се използва от стереоскопичната система за стереовизуализация чрез активни очила. Canvas 3D обектът е създаден, за да представи рендерирането на геометричните фигури [7, 8]. Методът createSceneGraph() дефинира сцената на приложението. Той връща стойност от тип BranchGroup и бива прихванат за SimpleUniverse обекта. Класът SimpleUniverse предлага фреймуърк за самото рендиране. Посредством класа BoundingSphere се задава ограничението на обекта в определен диапазон.

Квадратична крива

За генериране на окръжност посредством три контролни точки, като се използват квадратичната крива на Безие посредством традиционния начин, е необходимо задаването на следните стойности:

- Радиус на вписаната окръжност – r .
- Брой на сегментите, които ще участват при генерирането на кръг – 4 сегмента.
- Изчисляване на централен ъгъл $\alpha = 45$ и $x=0.707$.
- Изчисляване на радиуса на описаната окръжност – R .
- Изчисляване на четни и нечетни контролни точки по формула(1), (2) P_{2i}, P_{2i+1} .

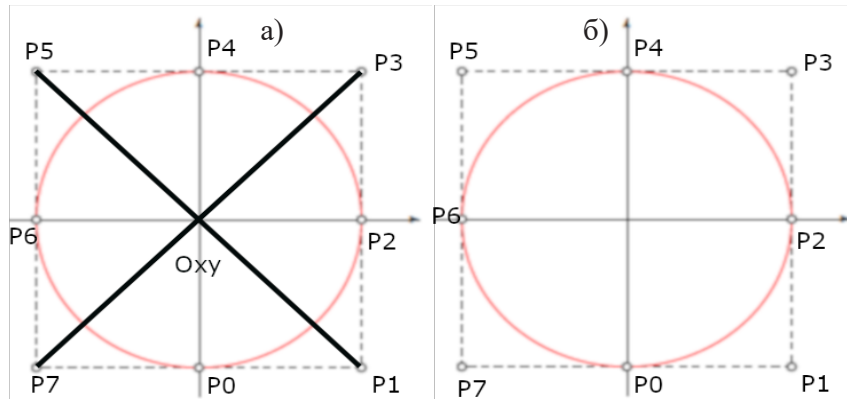
В изследването с цел създаване на окръжност са използвани две криви, едната с четири контролни точки, а другата посредством три точки. При използване на първата крива се построява плътен цилиндър, а чрез втората крива се илюстрира понятието „околна повърхнина на цилиндър“. Кръгът може да се преобразува от двуизмерен в триизмерен обект чрез техниката sweep/extrude. При тази техника може 3D обект да се получи от двуизмерен, движещ се по дадена траектория [5].

За генериране на окръжност посредством квадратична крива е необходимо определянето броя на сегментите и задаването на три контролни точки за всяка от кривите. Подобно на кубичната крива и тук изчертаването на окръжността е приблизително. Приближението на геометричната фигура при кубичната крива е по-точно, тъй като броят на контролните точки е по-голям. След създаването на окръжността следва нейната трансформация в триизмерен обект чрез прилагането на техника за тримерно моделиране.

Квадратичната крива и граничният подход

Изчисляването на върховете на квадратичната крива може да стане по два начина:

1. Чрез прилагането на правилата на тригонометрията (фиг. 2.а).
2. Чрез прилагането на новия граничен метод/подход (фиг. 2.б).



Фиг. 2. Определяне върховете на квадратичната крива

За генерирането на окръжност се използват 4 сегмента съответно за IV, I, II и III квадрант. По правилата на тригонометрията се определят следните 4 сегмента:

$$P_{2i} = \left(\frac{+r \cdot \sin(2i \cdot \alpha)}{-r \cdot \cos(2i \cdot \alpha)} \right) \text{ for } i = 0 \dots n. \quad (1)$$

$$P_{2i+1} = \left(\frac{+R \cdot \sin((2i+1) \cdot \alpha)}{-R \cdot \cos((2i+1) \cdot \alpha)} \right) \text{ for } i = 0 \dots n-1. \quad (2)$$

Примерното изчисляване на върхове за един сегмент при стойност на централен ъгъл от 45° е:

$$P_0 = \left(\frac{+r \cdot \sin(0)}{-r \cdot \cos(0)} \right), P_1 = \left(\frac{+R \cdot \sin(45)}{-R \cdot \cos(45)} \right) \text{ и } P_2 = \left(\frac{+r \cdot \sin(90)}{-r \cdot \cos(90)} \right).$$

(1)path.moveTo(0,-r);	(2)path.moveTo(r,0);
(1)path.quadTo(R*x,-R*x,r,0);	(2)path.quadTo(R*x,-R*x,0,r)
(3)path.moveTo(0,r);	(4)path.moveTo(-r,0);
(3)path.quadTo(R*-x,-R*-x,-r,0);	(4)path.quadTo(R*-x,-R*x,0,-r);

Фиг. 3. Традиционен метод

Примерно изчисляване на върхове за един сегмент чрез новия метод:

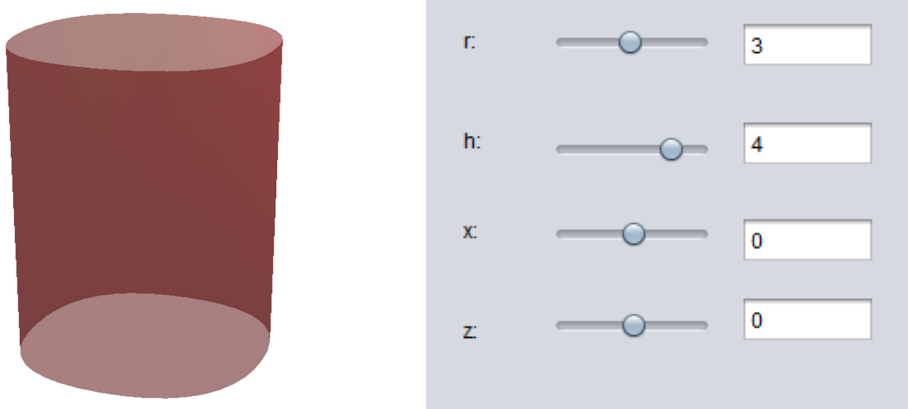
$$P_0 = (0, -r), P_1 = (r, -r) \text{ и } P_2 = (r, 0)$$

(1)path.moveTo(0,-r);	(2)path.moveTo(r,0);
(1)path.quadTo(r,-r,r,0);	(2)path.quadTo(r,r,0,r);
(3)path.moveTo(0,r);	(4)path.moveTo(-r,0);

Фиг. 4. Новият граничен метод

В изследването е представен нов граничен метод за генериране на геометрични фигури. Той е на базата на метода на границите на Исаак Нютон и метода на неделимите на Кавалиери. Както при неделимите, така и при новия подход следва геометричната фигура да бъде разделена чрез успоредни на дадена регула сечения. В някои случаи с новия подход могат да се извършат изчис-

ления, които са по-точни от метода на неделимите. Аналогично както при метода на границите, така и при новия подход величините трябва да бъдат намалени до безкрайност. Изчисляването на върховете, участващи при генерирането на окръжност, посредством квадратична крива може да стане по два начина – както посредством тригонометрията, така и чрез новия граничен метод, използващ зависимостта на успоредните отсечки. В случая се използват четири сегмента, т.е. описване и вписване на окръжност спрямо квадрат. Отношението на отсечките при избор на регула коя да е страна на квадрата е едно към едно, т.е. както се вижда на фиг. 2б), може да изразим върховете на квадрата посредством радиуса на вписаната окръжност. Както се забелязва от стойностите на върховете, при прилагането на новия подход може да се спечели процесорно време. При изчисляването на върховете по традиционния начин, използващ тригонометрията, е необходимо следното: изчисляват се централен ъгъл, радиус на вписаната и описаната около квадрата окръжност.



Фиг. 5. Генериран цилиндър

Матрици за ротация

3D ротацията е операция, реализирана относно ос, която може да бъде всяка линия/вектор в пространството. Всяка ротация може да се представи като матрица от числа. Например, когато трябва да се извърши ротация на точка Р с ъгъл около ос с координати, представени с единичен вектор (координати u_x , u_y и u_z), то ротацията може да се представи по следния начин [3, 4]:

$$\begin{bmatrix} c + (1-c)u_x^2 & (1-c)u_y u_x + su_z & (1-c)u_z u_x + su_y 0 \\ (1-c)u_x u_y + su_z & c + (1-c)u_y^2 & (1-c)u_z u_y + su_x 0 \\ (1-c)u_x u_z + su_y & (1-c)u_y u_z + su_x & c + (1-c)u_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Където: $c = \cos 90$; $s = \sin 90$.

Пример: Ако векторът в конкретния случай е (0, 2, 0), т.е. $(1,1,1) \cdot (0,2,0)$, то матрицата е следната:

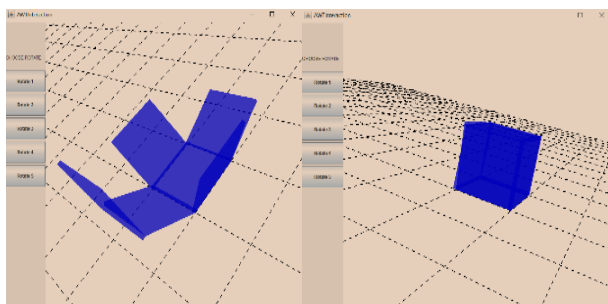
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

На фиг. 6. е показан програмният код, реализиран посредством Java 3D.

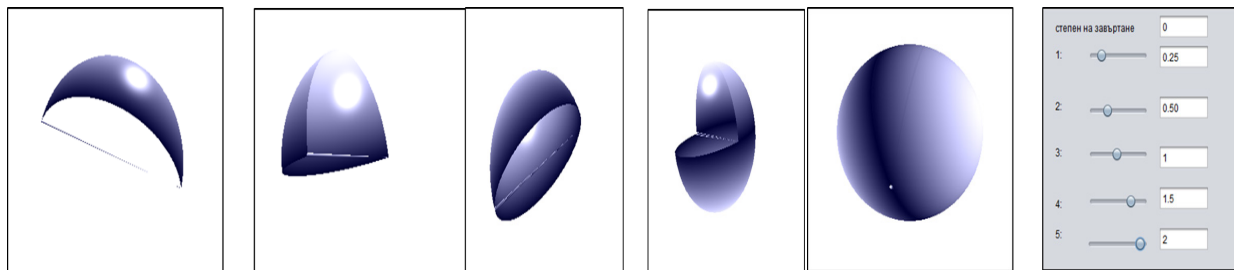

```
double[] array = {      0,0,2,0,
    0,4,0,0,
    -2,0,0,0
    0,0,0,1}
Matrix4d matrix = new Matrix3d(array);
Transform3D tr = new Transform3D(matrix);
tr.setTranslation(new Vector3d(.....));
```

Фиг. 6.

Матриците за ротация могат да се използват при генерирането на ротационни тела фиг. 8., както и при създаването на геометрични развивки за куб фиг. 7., паралелепипед, призма и пирамида.



Фиг. 7. Развивка на куб



Фиг. 8. Генерирана сфера посредством матрица за ротация с различна степен на завъртане

Заклучение

Основната цел на StereoMV е да подобри разбирането на учениците за 3D геометричните фигури, изучавани по дисциплината „Стереометрия“, с акцент върху визуализацията. Стереоскопичната система може да се използва за подобряване способността на учениците за динамично представяне на изучаваните фигури. В статията е представен нов граничен метод за генериране на геометрични фигури. Той участва при създаването на цилиндър. По този начин се изчисляват върховете, с помощта на които се създава окръжност посредством квадратична крива с 3 точки и 4 сегмента. Матричното смятане е много важно за разработването на системата. То участва при генериране на развивки и ротационни тела чрез задаването на матрици за ротация.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Криту, К., Сендова, Е., Матос, Ж. Ф., Джоунс, К., Захариадис, Т., Пита-Пантази, Д., Му-солидис, Н., Питалис, М., Бойчев, П., Мескита, М., Чехларова, Т., Лозанов, Ч. 2007. *Стереометрия в света на DALEST*. http://www.math.bas.bg/omi/docs/DALEST_stereometry.pdf // Kristu, K., Sendova, E.,

Matos, Zh. F., Dzhouns, K., Zahariadis, T., Pita-Pantazi, D., Musolidis, N., Pitalis, M., Boychev, P., Meskita, M., Chehlarova, T., Lozanov, Ch. 2007. Stereometria v sveta na DALEST. http://www.math.bas.bg/omi/docs/DALEST_stereometry.pdf

[2] **Министерски съвет.** 2020. Стратегия за ефективно прилагане на информационни и комуникационни технологии в образованието и науката на Република България (2014–2020 г.), <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?Id=904> // **Ministerski savet.** 2020. Strategia za effektivno prilagane na informatsionni i komunikatsionni tehnologii v obrazovaniето i naukata na Republika Bulgaria (2014–2020 g.), <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?Id=904>

[3] **Петков, Е.** 2013. *Основи на компютърната графика*. Велико Търново: Фабер. // **Petkov, E.** 2013. *Osnovi na kompyutarnata grafika*. Veliko Tarnovo: Faber.

[4] **Hill, F. S., Stephen, M., Kelley.** 2007. *Computer Graphics Using OpenGL*. Pearson International edition, Prentice Hall, NJ07458, USA.

[5] **Klawonn, F.** 2008. *Introduction to Computer Graphics Using Java 2D and 3D*, Springer, London. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-2733-8>

[6] **Palmer, I.** 2020. Essential Java 3D Fast: Developing 3D graphics applications in java. *Springer Nature Switzerland AG*. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0271-7>

[1] **Selman, D.** 2002. *Java3D Programming*, Manning Publication.

[8] **Terrazas, A., Ostuni, J., Barlow, M.** 2002. *Java Media APIS: Cross-platform Imaging, Media, and Visualization*. Sams, Indiana.

ИНФОРМАЦИЯ ЗА АВТОРА

Пеньо Димитров Лебамовски – докторант, специалност „Информатика“, факултет „Математика и информатика“, ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“, e-mail: penko13_a@abv.bg

ABOUT THE AUTHOR

Penyo Lebamovski – PhD Student in Informatics, Faculty of Mathematics and Informatics, St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Tarnovo, Bulgaria, E-mail: penko13_a@abv.bg